



Escola Politècnica Superior  
d'Edificació de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**GRADO EN ARQUITECTURA TÉCNICA Y EDIFICACIÓN**

**TRABAJO DE FIN DE GRADO**

# ESTUDIO DEL EFECTO DE SUSTITUIR EL ARMADO DE CUANTÍA MÍNIMA EN LOSAS MACIZAS POR ARMADURA DE FIBRAS METÁLICAS

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**Estudiante:** Luisa María Vargas Durán

**Director:** Marc Sanabra Loewe

**Codirectora:** Susana Pavón García

**Convocatoria:** Enero 2018

## **RESUMEN**

En la actualidad el uso del hormigón armado con fibras es común en elementos constructivos como soleras sobre el terreno o pavimentos industriales, pero ninguno de ellos se suele someter a esfuerzos de flexión importantes. Con el fin de que en un futuro sea posible la utilización de este material en la construcción en un mayor número de elementos estructurales, este estudio pretende averiguar si sería beneficiosa, en el caso de forjados de losa maciza unidireccionales, hacer la sustitución de una parte de cuantía mínima de armado con barras por armado con fibras.

La normativa vigente en España, EHE 08, no facilita expresiones de cálculo para hormigón armado con fibras en Estados Límite Últimos ni Estados Límite de Servicio. Por ello, este estudio analiza el comportamiento de este material con el objetivo de desarrollar y exponer un seguido de expresiones de cálculo para el hormigón armado con fibras de acero en ELU de flexión y ELS de deformación, que parten de las especificaciones que ofrece la EHE 08 respecto al comportamiento, las características mecánicas y las resistencias del hormigón armado con fibras.

Una vez fijados los métodos de cálculo para el hormigón armado con fibras y conocidos los propios del convencional, el trabajo se centra en analizar y comparar varios casos de estudio considerando varias luces, sobrecargas y condiciones contorno habituales en edificación. Se han comparado los resultados de comportamiento mecánico, costes, emisiones de dióxido de carbono y consumo de energía entre los casos estudiados.

## CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN AL HORMIGÓN CON FIBRAS .....	5
1.1	INTRODUCCIÓN .....	5
1.2	CONCEPTOS BÁSICOS DEL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS .....	5
1.3	CARACTERÍSTICAS BENEFICIOSAS DEL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS.....	7
1.4	PROPIEDADES DEL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS.....	8
1.5	TIPIFICACIÓN DE LOS HORMIGONES REFORZADOS CON FIBRAS.....	9
1.6	CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DEL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS .....	10
2.	CONCEPTO DE ARMADURA DE CUANTÍA MÍNIMA .....	11
2.1	POR CONDICIONES DE ROTURA AGRIA.....	11
2.2	POR CONDICIONES DE RETRACCIÓN Y TEMPERATURA .....	12
3.	OBJETIVOS PRINCIPALES DEL ESTUDIO.....	13
4.	PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO Y CASOS ESTUDIADOS .....	15
4.1	JUSTIFICACIÓN DE LA SUSTITUCIÓN DEL ARMADO DE CUANTÍA MÍNIMA EN BARRAS POR ARMADO DE CUANTÍA MÍNIMA CON FIBRAS .....	15
4.2	CRITERIOS DE CÁLCULO .....	19
4.2.1.	MÉTODO DE INTRODUCCIÓN DE SEGURIDAD EN EL CÁLCULO .....	19
4.2.2.	MÉTODO DE RESISTENCIA A FLEXIÓN .....	19
4.2.3.	MÉTODO DE REDISTRIBUCIÓN PLÁSTICA DE MOMENTOS FLECTORES .....	20
4.2.4.	MÉTODO DE CÁLCULO DE FLECHAS.....	20
4.2.5.	MÉTODO DE PREDIMIENSIONADO DE LOSAS .....	21
4.3	DATOS BÁSICOS .....	23
4.4	CASOS ESTUDIADOS.....	24
5.	DESCRIPCIÓN DEL COMPORTAMIENTO CONSIDERADO PARA EL HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL Y EL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS .....	25
5.1	HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL EN ESTADO LÍMITE ÚLTIMO .....	25
5.2	HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS EN ESTADO LÍMITE ÚLTIMO.....	27
5.3	HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL EN ESTADO LÍMITE DE SERVICIO .....	28
5.4	HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS EN ESTADO LÍMITE DE SERVICIO .....	30
5.5	COMPARACIÓN ENTRE EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HAF Y EL HA .....	30
6.	JUSTIFICACIÓN DE LOS PRECIOS PARA LOS PRESUPUESTOS, EMISIONES DE DIÓXIDO DE CARBONO Y CONSUMO DE ENERGÍA.....	31
7.	COMENTARIOS DE LOS RESULTADOS .....	33
7.1	PARÁMETROS COMPARADOS .....	33
7.2	COMENTARIOS DE CADA PARÁMETRO ESTUDIADO .....	33

7.2.1.	CANTOS DE LOS FORJADOS .....	33
7.2.2.	CUANTÍA DE HORMIGÓN .....	36
7.2.3.	CUANTÍA DE ARMADURA .....	37
7.2.4.	ALFA ( $\alpha$ ) DE SCANLON .....	40
7.2.5.	RELACIÓN LUZ-CANTO DE FORJADO .....	43
7.2.6.	COSTE DE LOS FORJADOS Y PORCENTAJE DE AHORRO .....	44
7.2.7.	EMISIONES DE DIÓXIDO DE CARBONO Y PORCENTAJE DE INCREMENTO .....	46
7.2.8.	CONSUMO DE ENERGÍA Y PORCENTAJE DE INCREMENTO .....	48
8.	CONCLUSIONES .....	51
9.	FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN .....	53
10.	BIBLIOGRAFÍA .....	54
11.	CONTENIDO DEL CD .....	56
ANEJO 1. DEDUCCIÓN DE LAS EXPRESIONES DE CÁLCULO DE HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL Y HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS .....		57
1.	PROFUNDIDAD DE LA FIBRA NEUTRA EN HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS EN ESTADO LÍMITE ÚLTIMO .....	57
2.	PROFUNDIDAD DE LA FIBRA NEUTRA EN HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL EN ESTADO LÍMITE DE SERVICIO .....	59
3.	PROFUNDIDAD DE LA FIBRA NEUTRA EN HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS EN ESTADO LÍMITE DE SERVICIO .....	60
ANEJO 2. COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO ENTRE EL HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL Y EL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS .....		63
ANEJO 3. TABLAS MODELO DE CÁLCULO PARA HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL Y HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS UTILIZADAS EN EL ESTUDIO .....		65
1.	TABLAS PARA HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL .....	65
2.	TABLAS PARA HORMIGÓN ARMADO CON FIBRA .....	69
ANEJO 4. TABLAS DE RESULTADOS .....		76
1.	CONDICIÓN DE BIEMPOTRAMIENTO .....	76
2.	CONDICIÓN DE EMPOTRADO-ARTICULADO .....	86
ANEJO 5. GRÁFICAS DE RESULTADOS .....		95
1.	CONDICIÓN DE BIEMPOTRAMIENTO .....	95
2.	CONDICIÓN DE EMPOTRADO-ARTICULADO .....	113

## 1. INTRODUCCIÓN AL HORMIGÓN CON FIBRAS

### 1.1 INTRODUCCIÓN

El hormigón ha sido desde hace décadas uno de los materiales más importantes y utilizados en la construcción, y a pesar de sus grandes ventajas, este tiene varios defectos a los que la edificación se ha amoldado. Algunos de estos defectos son su baja relación entre resistencia a tracción y compresión, su gran peso, su baja capacidad de absorber energía antes de la rotura y su relación peso resistencia excesivamente alta.

A lo largo de los años algunos de los inconvenientes del hormigón se han ido reduciendo mediante la mejora de puesta en obra, añadiendo aditivos, armando o reforzando el hormigón y otras técnicas.

Una técnica reciente de reforzar el hormigón es utilizando fibras distribuidas por el elemento uniformemente proporcionándole una gran isotropía y efectividad de transmisión de tensiones.

### 1.2 CONCEPTOS BÁSICOS DEL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS

A efectos de la EHE 08, los hormigones reforzados con fibras son aquellos hormigones que incluyen en su composición fibras cortas, discretas y aleatoriamente distribuidas en la masa.

Las fibras son elementos de corta longitud y pequeña sección que se incorporan a la masa del hormigón a fin de conferirle ciertas propiedades específicas.

De una manera general se pueden clasificar como fibras estructurales, aquellas que proporcionan una mayor energía de rotura al hormigón en masa o fibras no estructurales, a aquellas que sin considerar en el cálculo esta energía suponen una mejora ante determinadas propiedades como por ejemplo el control de la fisuración por retracción, incremento de la resistencia al fuego, abrasión, impacto y otros. (Anejo 14. EHE-08).

Las características geométricas de las fibras (Longitud ( $l_f$ ), Diámetro equivalente ( $d_f$ ), Esbeltez ( $\lambda$ )), se establecerán de acuerdo con UNE 83500-1 y UNE 83500-2. (Anejo 14. EHE-08).

De acuerdo con su naturaleza las fibras se clasifican en:

- Fibras de acero
- Fibras poliméricas
- Otras fibras

Las fibras más comunes son las de acero, vidrio y poliméricas, pero en cuanto a las estructuras las más utilizadas son las de acero. Las especificaciones de estas vienen definidas por las normas españolas:

- UNE-EN 14889-1:2008 Fibras para hormigón. Parte 1: Fibras de acero. Definiciones, especificaciones y conformidad.
- UNE-EN 14889-2:2008 Fibras para hormigón. Parte 2: Fibras poliméricas. Definiciones, especificaciones y conformidad.

- UNE-EN 83516:2015 Fibras para hormigón. Parte 2: Fibras de vidrio resistentes a los álcalis (AR). Definiciones, clasificación y especificaciones.

Las siguientes imágenes muestran la forma de estas fibras:



*Figura 1.1 Fibras de acero*



*Figura 1.2 Fibras poliméricas*



*Figura 1.3 Fibras de vidrio*

En cuanto a las fibras de acero la UNE-EN 14889-1 las clasifica según el proceso de fabricación en: trefiladas (Tipo I), cortadas en láminas (Tipo II), extraídas por raspado en caliente (virutas de acero) (Tipo III) u otras (por ejemplo, fibras de acero fundidas) (Tipo IV). La forma de la fibra tiene una incidencia importante en las características adherentes de la fibra con el hormigón y puede ser muy variada: rectas, onduladas, corrugadas, conformadas en extremos de distintas formas, etc.

La longitud de la fibra ( $l_f$ ) se recomienda que sea, como mínimo, 2 veces el tamaño del árido mayor. Es usual el empleo de longitudes de 2,5 a 3 veces el tamaño máximo de árido. Además, el diámetro de la tubería de bombeo exige que la longitud de la fibra sea inferior a  $2/3$  del diámetro del tubo. Sin embargo, la longitud de la fibra debe ser suficiente para dar una adherencia necesaria a la matriz y evitar arrancamientos con demasiada facilidad. A igualdad de longitud, las fibras de pequeño diámetro aumentan el número de ellas por unidad de peso y hacen más denso el entramado o red de fibras. El espaciamiento entre fibras se reduce cuando la fibra es más fina, siendo más eficiente y permitiendo una mejor redistribución de la carga o de los esfuerzos (EHE 08).

La siguiente gráfica muestra la relación entre las cargas y las deformaciones del hormigón. Los hormigones reforzados con fibras, ya contengan altas o bajas proporciones de fibras, soportan cargas mayores a flexión, una vez aparecida la primera fisura en el hormigón, que las cargas que soportan los hormigones convencionales. La capacidad de deformación de este material, además, incrementa la tenacidad del hormigón que es representada en la gráfica como el área bajo de las curvas.

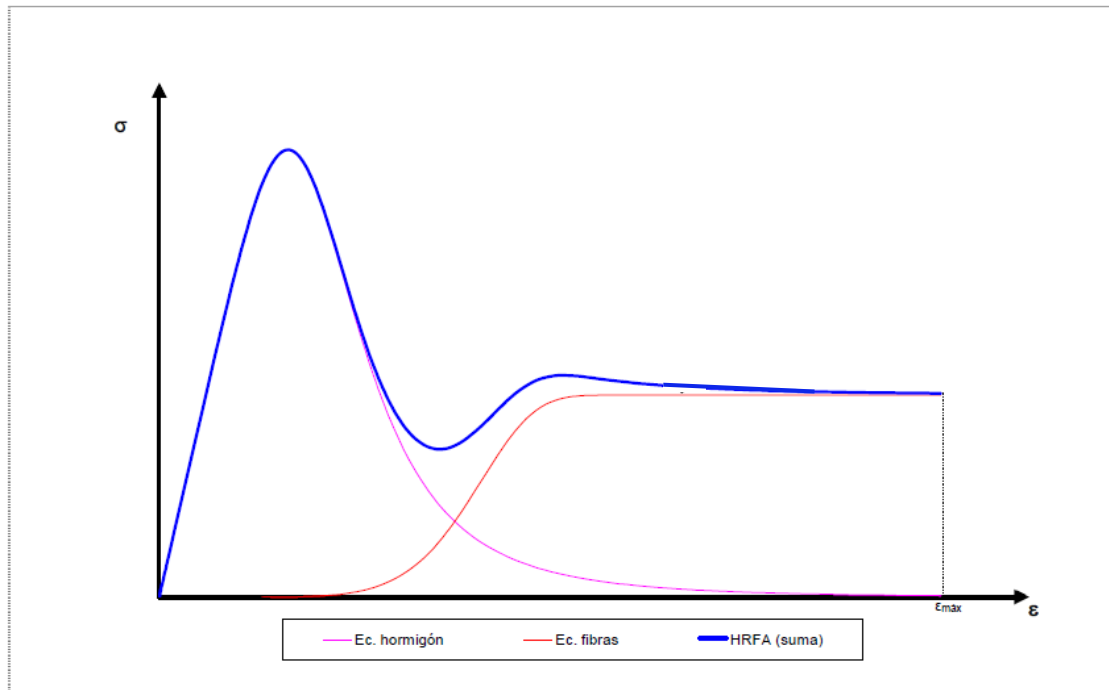


Figura 1.4 Diagramas tensión- deformación del hormigón, la fibra embebida en el hormigón y la suma de ambas (HAF) del proyecto Luis Antonio Coto Roquet “Ecuaciones Constitutivas para el análisis de secciones de HORMIGÓN ARMADO CON FIBRASA)

### 1.3 CARACTERÍSTICAS BENEFICIOSAS DEL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS

El siguiente listado define las características más destacadas del hormigón con fibras frente al hormigón con armado convencional.

- Aumento de la resistencia a tracción, a flexión y a cortante.
- Pequeño aumento de la resistencia a compresión.
- Mejora del comportamiento a flexotracción.
- Incrementa la ductilidad y tenacidad del hormigón, produciendo un aumento de la capacidad importante.
- Reducción de la deformación bajo cargas mantenidas.
- Fuerte absorción y disipación de energía antes de romper.
- Gran resistencia a fatiga dinámica.
- Mejora de la adherencia a las barras de armado tradicional.
- Mayor durabilidad como consecuencia de menor fisuración.
- Resistencia elevada a los choques térmicos.
- En elementos compuestos por hormigón con fibras no es necesario tener en cuenta el recubrimiento. En consecuencia, la sección se reduce y, a su vez, aumenta el canto útil, es decir, su sección efectiva.
- Elevada resistencia a la rotura, al agrietamiento y al impacto.
- Mayor resistencia a la abrasión.
- Isotropía, asegurando un refuerzo homogéneo y tridimensional más eficaz.
- Mayor estanqueidad y resistencia a la congelación.
- Mayor capacidad de adherencia.

- Mejora el comportamiento y estabilidad de las juntas.
- Permite reducir el número de juntas de retracción.
- Ahorro de tiempo y dinero en su colocación.
- Logra alta resiliencia (capacidad de absorción de energía en el impacto) y resistencia al impacto para solicitaciones dinámicas.
- No requiere de bomba, dado que se puede realizar el hormigonado directamente desde el camión.
- De fácil integración al hormigón, tanto en central como a pie de obra.
- Si fuese necesario, bombeable incluso con altas dosificaciones. No requiere de tratamientos especiales.
- Es compatible con todo tipo de cemento y mezclas de hormigón, también con todos los compuestos de curado, súper plastificantes, reductores de agua medios o altos, endurecedores y selladores.
- Se aplican las técnicas tradicionales de extendido y acabado.
- Control de fisuración.
- Son más vulnerables a la corrosión que el hormigón armado convencional, aunque su comportamiento es muy bueno si no hay fisuración. Cuando el ambiente es agresivo el hormigón tiende a fisurarse por lo que es imprescindible el uso de acero inoxidable.
- Es innecesaria la utilización de la malla de reparto.

Es necesario decir que este material compuesto también tiene algunas desventajas como su trababilidad, problemática que resuelve parcialmente con aditivos químicos. También hay que tener en cuenta que para que el hormigón con fibras trabaje adecuadamente sus fibras han de estar orientadas y mezcladas homogéneamente a lo largo del elemento y en todas las direcciones, por lo que hay que prestar especial atención en su ejecución.

#### 1.4 PROPIEDADES DEL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS

De igual manera que la gran mayoría de hormigones, las propiedades destacables del hormigón con fibras en estado fresco son la docilidad, la consistencia y la homogeneidad.

Se define como consistencia o “cohesión” a la aptitud de un hormigón para conservar las posiciones relativas de sus componentes en estado fresco. La docilidad es la propiedad del hormigón fresco que define la aptitud de un hormigón para admitir deformaciones plásticas, adaptándose a la forma del molde, bajo determinadas condiciones de compactación sin perder su homogeneidad.

En referencia a la homogeneidad del hormigón fresco éste se considera homogéneo cuando en cualquier parte de su masa la composición es similar. En hormigones reforzados con fibras, la homogeneidad se puede ver afectada por tres causas fundamentales:

- Segregación de los componentes: El riesgo de segregación aumenta si se incrementa el tamaño máximo del árido, se adopta una granulometría discontinua o se dispone un volumen insuficiente de pasta de cemento.



- Exudación: Se produce cuando el volumen de agua empleada en el amasado es superior al que el cemento y los áridos (en particular la fracción fina) son capaces de retener por absorción y adsorción.
- Formación de bolas o erizos: Se produce por una concentración local de fibras entrecruzadas o enmarañadas.

Existen distintos métodos de ensayo y control de calidad del hormigón armado con fibras. Podemos encontrar ensayos para la medida de: la consistencia, la flexotracción, la tenacidad a compresión, la resistencia a compresión, índice de tenacidad, resistencia a cortante, del contenido de fibras de acero, de la resistencia a punzonamiento sobre placa y para el control del hormigón. Todos ellos definidos por las normas españolas.

### 1.5 TIPIFICACIÓN DE LOS HORMIGONES REFORZADOS CON FIBRAS

El Anejo 14 de la EHE-08 tipifica los hormigones de acuerdo con el siguiente formato:

T-R / f- R1-R3 / C / TM-TF / A

donde:

T: indicativo que será HMF en el caso de hormigón en masa, HAF en el caso de hormigón armado y HPF en el caso del hormigón pretensado.

R: resistencia característica a compresión especificada, en N/mm<sup>2</sup>.

f: Indicativo del tipo de fibras que será A en el caso de fibras de acero, P en el caso de fibras poliméricas y V en el caso de fibra de vidrio.

R1, R3: resistencia característica residual a flexotracción especificada  $f_{R,1,k}$  y  $f_{R,3,k}$ , en N/mm<sup>2</sup>.

C: letra inicial del tipo de consistencia.

TM: tamaño máximo del árido, en mm.

TF: longitud máxima de la fibra, en mm.

A: designación del ambiente.

En cuanto a las resistencias residuales a flexotracción características especificadas, han de seguir la siguiente serie:

1,0 - 1,5 - 2,0 - 2,5 - 3,0 - 3,5 - 4,0 - 4,5 - 5,0 - ...

Las anteriores cifras indican las resistencias residuales a flexotracción características especificadas del hormigón a 28 días, expresadas en N/mm<sup>2</sup>.

Cuando las fibras no tengan función estructural los indicativos R1 y R3 deberán sustituirse por: "CR" en el caso de las fibras para control de retracción, "RF" en el caso de fibras para mejorar la resistencia al fuego y "O" en otros casos. En el caso de hormigones designados por dosificación se recomienda el siguiente formato:

T – D – G/f/C/TM/A

donde:

G: es el contenido de fibra, en  $\text{kg/m}^3$  de hormigón, prescrito por el peticionario. En este caso deberá garantizarse que el tipo, dimensiones y características de las fibras coincidan con los indicados en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares.

## 1.6 CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DEL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS

La resistencia del hormigón armado con fibras a flexotracción, a los efectos de la EHE 08, se refiere a la resistencia de la unidad de producto o amasada y se obtiene a partir de los resultados de ensayo de rotura a flexotracción, en número igual o superior a tres, realizados sobre probetas prismáticas de ancho igual a 150 mm, altura igual a 150 mm y largo igual a 600 mm, de 28 días de edad, fabricadas, conservadas y ensayadas de acuerdo con UNE-EN 14651.

Cuando el elemento a diseñar tenga un canto inferior a 12,5 cm, o cuando el hormigón presente endurecimiento a flexión, con resistencia residual a flexotracción  $f_{R,1d}$  superior la resistencia a tracción  $f_{ct,d}$ , se recomienda que las dimensiones de la probeta, y el método de preparación se adapten para simular el comportamiento real de la estructura, y el ensayo se realice en probetas no entalladas.

Al efecto de asegurar la homogeneidad de una misma unidad de producto, el recorrido relativo de un grupo de tres probetas (diferencia entre el mayor resultado y el menor, dividida por el valor medio de las tres), tomadas de la misma amasada, no podrá exceder el 35%.

Los criterios planteados en la EHE-08 para obtener el valor de la resistencia a tracción  $f_{ct,t}$ , a partir de los resultados del ensayo de tracción indirecta son válidos siempre que se refieran al límite de proporcionalidad.

En solicitaciones de compresión, el diagrama tensión-deformación del hormigón con fibras no se modifica respecto al del articulado de la EHE-08, ya que se puede considerar que la adición de las fibras no varía de forma significativa el comportamiento del hormigón en compresión.

Del ensayo propuesto en UNE-EN 14651 se obtiene el diagrama carga-abertura de fisura del hormigón. A partir de los valores de carga correspondiente al límite de proporcionalidad ( $F_L$ ) y a las Análisis comparativo del efecto de los distintos tipos de fibras en el comportamiento post fisura del hormigón armado con fibras aberturas de fisura 0,5mm y 2,5mm ( $F_1$  y  $F_3$  respectivamente), se obtiene el valor de resistencia a flexotracción ( $f_{ct,fl}$ ) y los valores de resistencia residual a flexotracción correspondientes:  $f_{R1}$  y  $f_{R3}$  (Anejo 14. EHE-08).

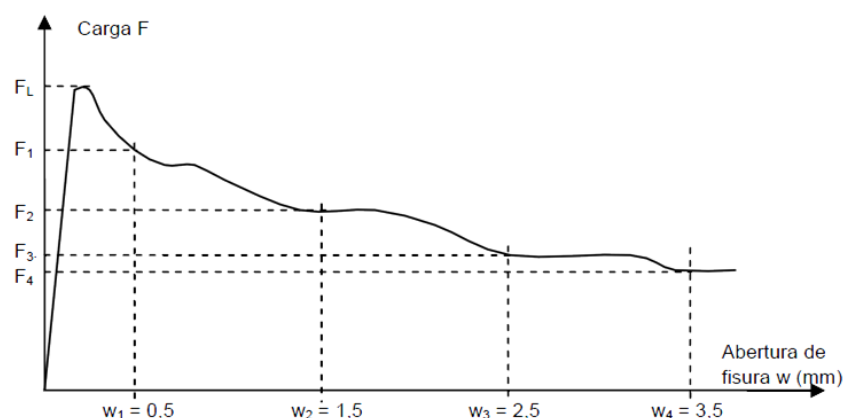


Figura 1.3. Diagrama tipo carga abertura de fisuras. Figura A14.1. EHE-08

Para que las fibras sean consideradas con función estructural la resistencia característica residual a tracción por flexión  $F_{R,1,k}$  no será inferior al 40% del límite de proporcionalidad y  $F_{R,3,k}$  no será inferior al 20% del límite de proporcionalidad.

El empleo de fibras en el hormigón puede provocar una pérdida de docilidad, cuya magnitud será función del tipo y longitud de la fibra empleada así como de la cuantía de fibras dispuestas. Este factor debe considerarse especialmente al solicitar la consistencia del hormigón en el caso de adición de fibras en obra.

## 2. CONCEPTO DE ARMADURA DE CUANTÍA MÍNIMA

Tal y como se explica en el “Proyecto y cálculo de Estructuras de Hormigón” de J. Calavera y la EHE 08, existen dos motivos que obligan a mantener unas cuantías mínimas a flexión. Uno de ellos es el incrementar la seguridad de aquellas piezas que presentan rotura agria; es decir, sin fisuración de aviso. El otro es disponer de una cantidad suficiente de armadura para controlar la fisuración debida a la retracción y a las variaciones térmicas (ductilidad).

### 2.1 POR CONDICIONES DE ROTURA AGRIA

Se entiende que una pieza presenta rotura agria cuando su capacidad resistente como pieza de hormigón en masa supera a la que presenta como sección de hormigón armado, la cuantía mínima limitada por estas condiciones es la cuantía mínima mecánica.

En todos aquellos casos en los que el agotamiento de una sección se produzca por flexión simple o compuesta, la armadura resistente longitudinal traccionada deberá cumplir la siguiente limitación:

$$A_p f_{pd} \frac{d_p}{d_s} + A_s f_{yd} \geq \frac{W_1}{z} f_{ct,m,fl} + \frac{P}{z} \left( \frac{W_1}{A} + e \right)$$

La limitación impuesta a la armadura de tracción aparece justificada por la necesidad de evitar que, debido a la insuficiencia de dicha armadura para asegurar la transmisión de los esfuerzos en el momento en que el hormigón se fisura, pueda romperse la pieza sin aviso previo al alcanzar el hormigón su resistencia a tracción. Por lo tanto, deberá disponerse una armadura suficiente para resistir una fuerza de tracción igual a la del bloque traccionado de la sección antes de producirse la fisuración.

Para secciones armadas sometidas a flexión compuesta, la fórmula del Articulado de la EHE 08, que no tiene en cuenta el efecto del axil, es conservadora.

Para secciones rectangulares de hormigón armado en flexión simple cuando la resistencia del hormigón es inferior a 50 N/mm<sup>2</sup>, la expresión del articulado proporciona la siguiente fórmula simplificada:

$$A_s \geq 0,04 \cdot A_c \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

## 2.2 POR CONDICIONES DE RETRACCIÓN Y TEMPERATURA

Además de lo anterior, la cuantía mínima limitada por las condiciones de retracción y temperatura está definida por la EHE 08, referida a la sección total de hormigón en vigas y losas. En la tabla siguiente se indican los valores de cuantías geométricas mínimas que, en cualquier caso, deben disponerse en los diferentes tipos de elementos estructurales, en función del acero utilizado, siempre que dichos valores resulten más exigentes que los valores resultantes de la cuantía mínima mecánica.

**Cuantías geométricas mínimas, en tanto por 1.000, referidas a la sección total de hormigón<sup>(6)</sup>**

Tipo de elemento estructural		Tipo de acero	
		Aceros con $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$	Aceros con $f_y = 500 \text{ N/mm}^2$
Pilares		4,0	4,0
Losas <sup>(1)</sup>		2,0	1,8
Forjados unidireccionales	Nervios <sup>(2)</sup>	4,0	3,0
	Armadura de reparto perpendicular a los nervios <sup>(3)</sup>	1,4	1,1
	Armadura de reparto paralela a los nervios <sup>(3)</sup>	0,7	0,6
Vigas <sup>(4)</sup>		3,3	2,8
Muros <sup>(5)</sup>	Armadura horizontal	4,0	3,2
	Armadura vertical	1,2	0,9

*Tabla 2.2.1 Cuantías geométricas mínimas del Artículo 42.3.5 de la EHE 08*

### **3. OBJETIVOS PRINCIPALES DEL ESTUDIO**

La finalidad de este estudio es establecer una comparación entre forjados macizos según la cantidad de armadura mínima (en forma de barras y/o en fibras) que requieran, sometiéndolos a esfuerzos de flexión simple; formando tablas de cálculo para los diferentes casos.

La hipótesis principal del estudio consiste en substituir el armado de cuantía mínima en forma de barra por un armado de cuantía mínima en forma de fibras de acero para beneficiar estos elementos, en cuanto a la reducción de fisuración se refiere y por lo consiguiente a su deformación.

Los objetivos que se pretenden alcanzar son los siguientes:

- Formar y analizar tablas de cuantías de armado para forjados exclusivamente armados con barras, con cantos propuestos por la EHE 08 (artículo 50.2.2.1) y con cantos optimizados.
- Formar y analizar tablas de cuantías de armado para forjados armados con fibras de acero y barras, con cantos propuestos por la EHE 08 (artículo 50.2.2.1) y con cantos optimizados.
- Establecer un análisis comparativo entre el coste en los diferentes casos de forjados estudiado.
- Establecer un análisis comparativo entre las emisiones de dióxido de carbono en los diferentes casos de forjados estudiado.
- Establecer un análisis comparativo entre la energía consumida en los diferentes casos de forjados estudiados.



#### 4. PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO Y CASOS ESTUDIADOS

##### 4.1 JUSTIFICACIÓN DE LA SUSTITUCIÓN DEL ARMADO DE CUANTÍA MÍNIMA EN BARRAS POR ARMADO DE CUANTÍA MÍNIMA CON FIBRAS

Una vez entendido el concepto de cuantía mínima, se procede a justificar la sustitución del armado de cuantía mínima en forma de barra por armado en forma de fibras metálicas que se ha usado para este estudio.

Como se ha comentado en el apartado anterior, la cuantía mínima tiene como objetivos principales garantizar la ductilidad y el cumplimiento del ELS de fisuración de las piezas de hormigón armado. Con el criterio de la norma, la cara traccionada garantiza tanto ductilidad como el ELS de fisuración, mientras que en la cara comprimida solo se busca controlar la fisuración. Esto se demuestra con el ejemplo siguiente:

Suponiendo una pieza maciza de hormigón armado de sección 1000 x 300 mm armada solamente con cuantía mínima en la cara traccionada, tal y como se señala en la figura 4.1.1, con hormigón de resistencia característica  $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$ , el momento último que debe resistir la pieza ha de ser mayor al momento de fisuración si queremos asegurar su ductilidad.

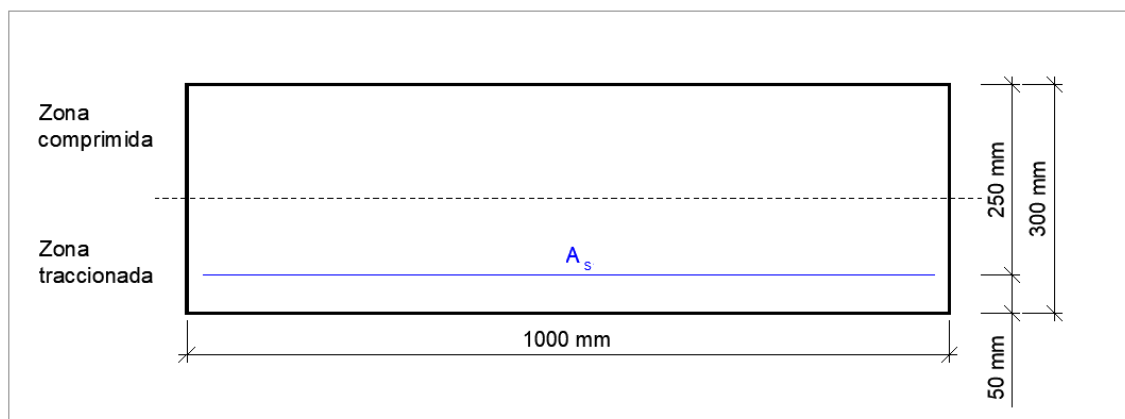


Figura 4.1.1 Esquema de la sección utilizada en los cálculos ejemplo

Siguiendo las especificaciones de la EHE 08, el momento de fisuración es la resultante de producto entre la resistencia a flexotracción media del hormigón y el módulo resistente de la sección bruta.

$$M_f = f_{ctm,fl} \cdot W_b = 56,5 \text{ kNm}$$

Siendo:

$$W_b = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{1000 \cdot 300^2}{6} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$$

$$f_{ctm,fl} = \max\{(1,6 - h/1.000) \cdot f_{ct,m}; f_{ct,m}\} \quad f_{ct,m} = 0,30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 2,89 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctm,fl} = (1,6 - h/1.000) \cdot f_{ct,m} = 3,77 \text{ N/mm}^2$$

Se obtiene el momento último a partir del equilibrio de fuerzas teniendo en cuenta que la pieza está sometida a flexión simple, por lo que el bloque de compresiones aplicables sobre el hormigón será igual a la fuerza de tracción sobre el armado de cuantía mínima. Como indica la EHE 08 y la tabla 2.2.1 de este estudio, un forjado unidireccional ha de tener por cuantía mínima geométrica en la cara traccionada ( $\omega_{s,t}$ ) un 1,8 ‰ del área de la sección:

$$\omega_{s,t} = 1,8\text{‰} \cdot h \cdot b = 540 \text{ mm}^2$$

Por lo tanto:

$$F_{As} = A_s \cdot f_{yd} = 540 \cdot \frac{500}{1,15} = 234,8 \text{ kN}$$

$$F_{As,1} = F_c \quad \rightarrow \quad F_c = y \cdot b \cdot f_{cd} \quad \rightarrow \quad y = \frac{234,8 \cdot 10^3}{1000 \cdot \frac{30}{1,5}} = 11,74 \text{ mm}$$

$$M_u = F_c \cdot z_c = 234,8 \cdot 10^3 \cdot \left(300 - 50 - \frac{11,74}{2}\right) = 57,3 \text{ kNm}$$

$$56,5 \text{ kNm} = M_f < M_u = 57,3 \text{ kNm}$$

Con esto se demuestra que la armadura de cuantía mínima obligatoria en la cara traccionada cumple el criterio de ductilidad en el ejemplo analizado. Para canto de 150 mm y para canto de 500 mm el resultado es análogo.

Seguidamente se va demostrar que la armadura de cuantía mínima correspondiente a la cara comprimida no garantiza la ductilidad en el caso de que hubiese inversión de momentos, y dicha cara tuviese que trabajar como traccionada. Haciendo el mismo cálculo pero esta vez armando la pieza con la cuantía mínima obligada por la EHE 08 de la cara comprimida ( $\omega_{s,c}$ ), que es un 30% de la cuantía mínima en la cara traccionada.

$$\omega_{s,c} = 30\% \cdot 1,8\text{‰} \cdot h \cdot b = 162 \text{ mm}^2$$

Por lo tanto:

$$F_{As} = A_s \cdot f_{yd} = 162 \cdot \frac{500}{1,15} = 70,4 \text{ kN}$$

$$F_{As,1} = F_c \quad \rightarrow \quad F_c = y \cdot b \cdot f_{cd} \quad \rightarrow \quad y = \frac{70,4 \cdot 10^3}{1000 \cdot \frac{30}{1,5}} = 3,52 \text{ mm}$$

$$M_u = F_c \cdot z_c = 70,4 \cdot 10^3 \cdot \left(300 - 50 - \frac{3,52}{2}\right) = 17,5 \text{ kNm}$$

$$56,5 \text{ kNm} = M_f \gg M_u = 17,5 \text{ kNm}$$

Como se puede observar el momento de fisuración es mayor claramente al momento último, por lo que no cumple la condición de garantizar la ductilidad, los resultados son análogos para canto de 150 mm y para canto de 500. Con ello se demuestra que el armado de cuantía mínima en la cara comprimida de la norma sólo pretende cumplir con el ELS de fisuración y no la



de ductilidad, mientras que el armado de cuantía mínima en la cara traccionada ha de asegurar los dos criterios.

A continuación se muestra como el hormigón armado con fibras no puede sustituir la totalidad del armado de cuantía mínima exigida por la EHE 08 en la cara traccionada, pero sí parte de esta, cumpliendo los criterios de ductilidad y fisuración de la norma.

El anejo 14 de la EHE 08 expone que cualquier sección en que el agotamiento se produzca por flexión simple o compuesta y se utilicen fibras con función estructural, a solas o en combinación con armadura tradicional, para secciones rectangulares con o sin armadura pasiva la armadura resistente longitudinal traccionada deberá cumplir la siguiente limitación:

$$A_s \cdot f_{yd} + 0,4 \cdot A_c \cdot f_{ctR,d} > 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

“La limitación se justifica como garantía para evitar la rotura frágil del hormigón. La acción de las armaduras tradicionales y de las fibras es complementaria en este aspecto, y por lo tanto la limitación constituye una exigencia de contenido mínimo en fibras para elementos sin armaduras tradicionales, y la posibilidad de reducir, e incluso eliminar, la exigencia de armaduras tradicionales mínimas en elementos con contenido suficiente de fibras estructurales.”

Si se consideramos que no tenemos armadura tradicional en forma de barras, la resistencia residual de cálculo ( $f_{ctR,d}$ ) mínima que ha de tener el hormigón con fibras ha de ser:

$$0,4 \cdot A_c \cdot f_{ctR,d} > 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

$$f_{ctR,d} > \frac{0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd}}{0,4 \cdot A_c}$$

$$f_{ctR,d} > \frac{0,04 \cdot f_{cd}}{0,4} = \frac{0,04 \cdot \frac{30}{1,5}}{0,4} = 2 \text{ N/mm}^2$$

Tal y como indica la gráfica tensión-deformación (figura 4.1.3), la resistencia residual a tracción de cálculo ( $f_{ctR,d}$ ) será igual a 0,33 veces la resistencia residual a flexotracción de cálculo ( $f_{R,3,d}$ ):

$$f_{R,3,d} = \frac{f_{ctR,d}}{0,33} = \frac{2}{0,33} = 6,06 \text{ kN/mm}^2$$

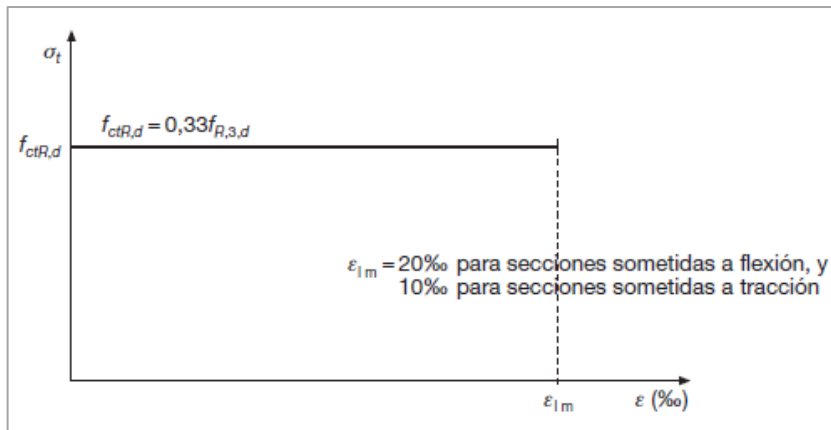


Figura 4.1.3 Diagrama de cálculo rectangular tensión - deformación del Artículo 39.5 del Anejo 14 de la EHE 08

El valor resultante del  $f_{R,3,d} = 6,06 \text{ kN/mm}^2$  es la resistencia mínima del hormigón con fibras para prescindir del armado tradicional y cumplir condición de ductilidad. En la actualidad no es habitual encontrar hormigón con fibras que contenga dosificaciones de fibras cuya resistencia residual a flexotracción de cálculo ( $f_{R,3,d}$ ) sea tan alto. Por esto, para este trabajo, se ha considerado dosificaciones más usuales en el mercado, que ofrecen  $f_{R,3,d}$  dentro del rango 2-3,9 kN/mm<sup>2</sup>. Estos valores representan aproximadamente un tercio del  $f_{R,3,d}$  obtenido en los cálculos.

Por ello, en lugar de prescindir de toda la cuantía mínima a tracción se decide prescindir de un tercio de esta. Para lograrlo se modifica la expresión del criterio de ductilidad para que lo refleje. Se establece que dos terceras partes del bloque de compresiones sobre el hormigón corresponderán a la fuerza del armado en forma de barras y la tercera parte que resta corresponderá a la fuerza de las fibras traccionadas, es decir:

$$A_s \cdot f_{yd} + 0,4 \cdot A_c \cdot f_{ctR,d} > 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_s \cdot f_{yd} = \frac{2}{3} \cdot 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd} \\ 0,4 \cdot A_c \cdot f_{ctR,d} = \frac{1}{3} \cdot 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd} \end{array} \right.$$

El armado en forma de barras tendría un área igual a:

$$A_s \cdot f_{yd} = \frac{2}{3} \cdot 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd} \quad \rightarrow \quad A_s = 0,027 \cdot A_c \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Y el hormigón con fibras tendría una resistencia residual a flexotracción igual a:

$$A_c \cdot 0,4 \cdot (0,33 \cdot f_{R,3,d}) = \frac{1}{3} \cdot 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

$$f_{R,3,d} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,04 \cdot f_{cd}}{0,4 \cdot 0,33} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,04 \cdot \frac{30}{1,5}}{0,4 \cdot 0,33} = 2,0 \text{ kN/mm}^2$$

Es decir, se lograría una reducción de un tercio del armado de cuantía mínima en la cara traccionada.

Un hormigón armado con fibras de esta  $f_{R,3,d}$  ya es común en el mercado. Una dosificación 25 kg de fibras por m<sup>3</sup> garantiza una resistencia residual a flexotracción de cálculo mínima de 2 kN/mm<sup>2</sup>.

Por lo tanto, si se establece que dos terceras partes del bloque de compresiones sobre el hormigón corresponderán a la fuerza del armado en forma de barras y la tercera parte que resta corresponderá a la fuerza de las fibras traccionada, y se utiliza un hormigón armado con fibras de dosificación de 25 kg de fibras por m<sup>3</sup>, se podrá prescindir de la totalidad del armado de cuantía mínima en forma de barra que se exige en la cara comprimida ( $\omega_{s,c}$ ) cumpliendo con los requisitos frente a la fisuración incluso mejor de lo que lo haría el hormigón armado convencional. De la cuantía mínima de armado de la cara traccionada ( $\omega_{s,t}$ ) que se exige en forma de barra se podrá prescindir por lo menos de un 33% y lo que resta se deberá de armar de forma tradicional. De esta manera, en la cara traccionada se garantizará los criterios de ductilidad y

fisuración exigidos por la norma. Por ello, en el conjunto del presente estudio se ha optado por un hormigón con  $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$  y dosificación de 25 kg de fibras por  $\text{m}^3$  de hormigón, con una  $f_{R,3,d} = 2,0 \text{ kN/mm}^2$  y se ha suprimido el 33% de armado de cuantía mínima en la cara traccionada y el 100% en la cara comprimida.

## 4.2 CRITERIOS DE CÁLCULO

Los modelos de comportamiento estructural y los criterios de cálculo empleados para los distintos cálculos han sido extraídos en su totalidad de la EHE 08. Los modelos se han tomado de esta fuente de forma casi íntegra, pero en algunos casos se ha tenido que adaptar a las necesidades del estudio.

A continuación se hace una breve descripción de los modelos de comportamiento estructural y criterios de cálculo empleados, según su descripción de la norma, y escribiendo las adaptaciones que se han llevado a cabo en el caso que hayan sido necesarias. En el anejo 3 de este trabajo se muestran las tablas modelo de cálculo empleadas para losas biempotradas tanto para hormigón armado convencional como para hormigón armado con fibras, las utilizadas para forjados empotrados-articulados son iguales, tan solo cambian los cálculos de los esfuerzos.

### 4.2.1. MÉTODO DE INTRODUCCIÓN DE SEGURIDAD EN EL CÁLCULO

Se puede observar en la tabla de parámetros que aparece en el apartado 4.3 los coeficientes parciales correspondientes son los indicados en la EHE 08 que han sido utilizados en el estudio.

Para los coeficientes parciales de ponderación de acciones, tal y como se justifica también en el apartado 4.3 se ha tomado un coeficiente único de valor 1.5 para mayor simplicidad.

### 4.2.2. MÉTODO DE RESISTENCIA A FLEXIÓN

Tanto el modelo de flexión como las expresiones de dimensionamiento a flexión simple o compuesta de secciones rectangulares reforzadas con armadura empleados en este estudio han sido tomado de la EHE 08 (artículo 42 y anejo 7), estos han sido descritos en el apartado 5 y en el anejo 1 para mayor entendimiento.

Se ha de tener en cuenta que la norma establece una diversidad de situaciones en las que una sección sometida a tensiones normales puede hallarse, desde la flexión pura hasta la compresión pura pasando por diversas situaciones intermedias. A pesar de ello, en los casos estudiados en este estudio sólo tienen interés las situaciones en que la sección está sometida a esfuerzos moderados de flexión, por lo que no es necesario el empleo de armadura a compresión. En términos de la norma esto significa que en ningún caso el momento flector de cálculo ( $M_d$ ) rebasa el momento frontera ( $M_{fr}$ ).

#### 4.2.3. MÉTODO DE REDISTRIBUCIÓN PLÁSTICA DE MOMENTOS FLECTORES

Como bien es sabido, en régimen elástico en aquellas piezas continuas en que el momento negativo es igual al de empotramiento perfecto, éste es doble al momento del centro del vano. Es decir, en general en régimen elástico los momentos negativos son significativamente mayores que los positivos, pudiendo dar esto lugar a poca optimización de las piezas.

La redistribución plástica de esfuerzos (momentos flectores) se produce cuando las secciones situadas sobre los apoyos tienen suficiente capacidad de rotación para la formación de rótulas plásticas. Gracias a ello, una parte de los momentos flectores negativos obtenidos en régimen elástico pueden reducirse, siempre que se incrementen de manera proporcional los momentos positivos de los vanos adyacentes. De acuerdo con el artículo 19 de la EHE 08 el análisis lineal con redistribución limitada solamente se podrá usar para el método de cálculo referente al Estado Límite Último.

En este estudio se ha aplicado un 15% de redistribución del momento en todos los casos de acuerdo con el artículo 21 de la EHE 08 el cual especifica que el porcentaje de redistribución momentos para estructuras reticulares planas, forjados y placas unidireccionales no debe sobrepasar el 20%.

#### 4.2.4. MÉTODO DE CÁLCULO DE FLECHAS

Los modelos convencionales de cálculo de flechas tienen como objetivo principal diseñar elementos estructurales que satisfagan los requisitos básicos de servicio, es decir, fundamentalmente las limitaciones de flecha activa. Dicha flecha se obtiene a partir de la flecha instantánea total (calculada por el método de Branson definido en el anejo 8 de la EHE 08). Las flechas utilizadas en el estudio son las descritas a continuación:

- Flecha instantánea (artículo 50.2.2.2):

$$y_{inst} = \frac{k}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{E_{cm} \cdot I_e}$$

siendo:

$k$	Coeficiente dependiente de las condiciones de contorno
$E_{cm}$	Módulo de deformación longitudinal del hormigón secante a 28 días $E_{cm} = 8.500 \sqrt[3]{f_{cm}}$
$f_{cm}$	Resistencia media a compresión en 28 días $f_{cm} = f_{ck} + 8$
$I_e$	Momento de inercia equivalente de la sección $I_e = \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3 I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3\right] I_f \leq I_b$
$M_f$	Momento nominal de fisuración de la sección

$$M_f = f_{ctm,fl} W_b$$

$f_{ctm,fl}$  Resistencia media a flexotracción del hormigón

$$f_{ctm,fl} = \max \left\{ \left( 1,6 - \frac{h}{1.000} \right) f_{ctm}; f_{ctm} \right\}$$

$f_{ctm}$  Resistencia media a tracción del hormigón

$$f_{ctm} = 0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$$

- Flecha activa:

$$y_{activa} = 1,6 \cdot y_{inst}$$

$$y_{total} = 2,2 \cdot y_{inst}$$

En el presente trabajo se ha establecido que la flecha activa constituye el 60% más de la flecha instantánea y la flecha total un 20% más de la misma.

- Flecha admisible (comentarios artículo 5.1):

$$y_{activa adm} \leq \frac{L}{400} \qquad y_{total adm} \leq \frac{L}{250}$$

#### 4.2.5. MÉTODO DE PREDIMIENSIONADO DE LOSAS

En el cuadro siguiente se indica el criterio básico de predimensionado de losas macizas unidireccionales propuesto por la EHE que cumplen el control de flechas.

Relaciones  $L/d$  en vigas y losas de hormigón armado sometidos a flexión simple

Sistema estructural $L/d$	$K$	Elementos fuertemente armados: $\rho = 1,5\%$	Elementos débilmente armados $\rho = 0,5\%$
Viga simplemente apoyada. Losa uni o bidireccional simplemente apoyada	1,00	14	20
Viga continua <sup>1</sup> en un extremo. Losa unidireccional continua <sup>1,2</sup> en un solo lado	1,30	18	26
Viga continua <sup>1</sup> en ambos extremos. Losa unidireccional o bidireccional continua <sup>1,2</sup>	1,50	20	30
Recuadros exteriores y de esquina en losas sin vigas sobre apoyos aislados	1,15	16	23
Recuadros interiores en losas sin vigas sobre apoyos aislados	1,20	17	24
Voladizo	0,40	6	8

Figura 4.2.5.1 Relaciones en vigas y losas de hormigón armado sometidos a flexión simple del artículo 50.2.2.1 de la EHE 08

En este trabajo se ha considerado una relación L/h puesto que algunos de los casos a estudiar dimensionados con la relación definida por la norma con hormigón armado con fibras, sometidos a cargas pequeñas y de luces grandes no necesitaban armado a tracción puesto que la resistencia que oponía el hormigón armado con fibras ya abastecía los esfuerzos a los que estaban sometidos. Además, haciendo este pequeño cambio se es más restrictivo así que se ha estipulado esta relación para todos los casos dimensionados con la norma.

$$\frac{L}{h} \leq 24$$

Puesto que se están estudiando forjados de losa maciza débilmente armadas (para ser más restrictivos) la relación ha de ser mínimo de 24 según la tabla 4.2.5.1.

#### 4.3 DATOS BÁSICOS

A continuación se listan los principales parámetros tomados como invariantes para el cálculo de los diferentes casos estudiados.

PARAMENTROS GENERALES			
Símbolo	Descripción	Unidades	Valor
$f_{ck}$	Resistencia característica hormigón	N/mm <sup>2</sup>	30
$f_{yd}$	Resistencia característica acero	N/mm <sup>2</sup>	500
$f_{R,1,k}$	Resistencia residual a flexotracción característico del hormigón (abertura de fisura de 0,5 mm)	N/mm <sup>2</sup>	3,15
$f_{R,3,k}$	Resistencia residual a flexotracción característico del hormigón (abertura de fisura de 2,5 mm)	N/mm <sup>2</sup>	3,00
$f_{R,1,d}$	Resistencia residual a flexotracción de cálculo del hormigón (abertura de fisura de 0,5 mm)	N/mm <sup>2</sup>	2,10
$f_{R,3,d}$	Resistencia residual a flexotracción de cálculo del hormigón (abertura de fisura de 2,5 mm)	N/mm <sup>2</sup>	2,00
$f_{ctR,d}$	Resistencia residual a tracción de cálculo hormigón	N/mm <sup>2</sup>	0,66
$\gamma_c$	Coeficiente de seguridad del hormigón	-	1,50
$\gamma_s$	Coeficiente de seguridad del acero	-	1,15
$f_{cd}$	Resistencia característica hormigón	N/mm <sup>2</sup>	20,00
$f_{yd}$	Resistencia de cálculo acero	N/mm <sup>2</sup>	434,78
$E_{cm}$	Módulo de deformación longitudinal del hormigón secante a 28 días	N/mm <sup>2</sup>	$E_{cm}=8500 \cdot f_{cm}^{1/3}$
$E_s$	Módulo de deformación longitudinal del acero	N/mm <sup>2</sup>	$2,00 \cdot 10^5$
$W_b$	Módulo resistente de la sección bruta respecto a la fibra extrema en tracción	N/mm <sup>3</sup>	$W_b=b \cdot h^2/6$

#### 4.4 CASOS ESTUDIADOS

Para realizar un estudio exhaustivo del beneficio que puede tener la substitución parcial del armado de cuantía mínima en la edificación se estudiarán diferentes casos, haciendo el cálculo de piezas de hormigón armado convencional y en piezas de hormigón armado con fibras en estado de límite último para hallar la cantidad de armado que precisará cada una; el cálculo de la Inercia fisurada en estado de límite de servicio para saber si estas cumplen las flechas estipuladas en la normativa EHE-08; el gasto económico y el consumo de dióxido de carbono que supone la realización de los mismos. Para terminar se hará una comparación entre los diferentes casos, los cuales suman un total de 120.

Para ello se han utilizado 5 tipologías de losa en las que varía la luz y las acciones:

- Losa maciza de 6 m de longitud en los estados de carga 2,5, 5 y 7,5: con sobrecargas totales de 2,5 N/mm<sup>2</sup>, de 5 N/mm<sup>2</sup> y de 7,5 N/mm<sup>2</sup> respectivamente.
- Losa maciza de 7 m de longitud en los estados de carga 2,5, 5 y 7,5: con sobrecargas totales de 2,5 N/mm<sup>2</sup>, de 5 N/mm<sup>2</sup> y de 7,5 N/mm<sup>2</sup> respectivamente.
- Losa maciza de 8 m de longitud en los estados de carga 2,5, 5 y 7,5: con sobrecargas totales de 2,5 N/mm<sup>2</sup>, de 5 N/mm<sup>2</sup> y de 7,5 N/mm<sup>2</sup> respectivamente.
- Losa maciza de 9 m de longitud en los estados de carga 2,5, 5 y 7,5: con sobrecargas totales de 2,5 N/mm<sup>2</sup>, de 5 N/mm<sup>2</sup> y de 7,5 N/mm<sup>2</sup> respectivamente.
- Losa maciza de 10 m de longitud en los estados de carga 2,5, 5 y 7,5: con sobrecargas totales de 2,5 N/mm<sup>2</sup>, de 5 N/mm<sup>2</sup> y de 7,5 N/mm<sup>2</sup> respectivamente.

Estas 5 losas serán analizadas con el canto que estipula la normativa en el artículo 50.2.2.1 de la EHE 08 y con el canto optimizado (flecha activa y flecha activa admisible igualadas en la medida de lo posible). Cada canto a su vez será estudiado en condiciones de biempotramiento y en condiciones de articulado-empotrado. Y obviamente, todos los casos se estudiarán con hormigón armado convencional y hormigón armado con fibras.



## 5. DESCRIPCIÓN DEL COMPORTAMIENTO CONSIDERADO PARA EL HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL Y EL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS

### 5.1 HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL EN ESTADO LÍMITE ÚLTIMO

El Anejo 7 de la EHE 08 define el cálculo simplificado de secciones rectangulares o en T sometidas a flexión simple o compuesta en Estado Límite Último (por agotamiento) frente a solicitaciones normales. Las expresiones de este anejo son válidas únicamente para secciones con hormigón de resistencia  $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$ .

Las fórmulas que se presentan se han deducido a partir de las hipótesis básicas expuestas en el punto 4.3 del presente trabajo, adoptando un diagrama bilineal para el acero de la armadura y un diagrama parabólico-rectangular para el hormigón comprimido.

Asimismo se ha tenido en cuenta el dominio 3 de deformación de agotamiento, que identifica el Estado Límite Último de Agotamiento en nuestro caso frente a solicitaciones normales, de acuerdo con los criterios expuestos en el punto 4.3.

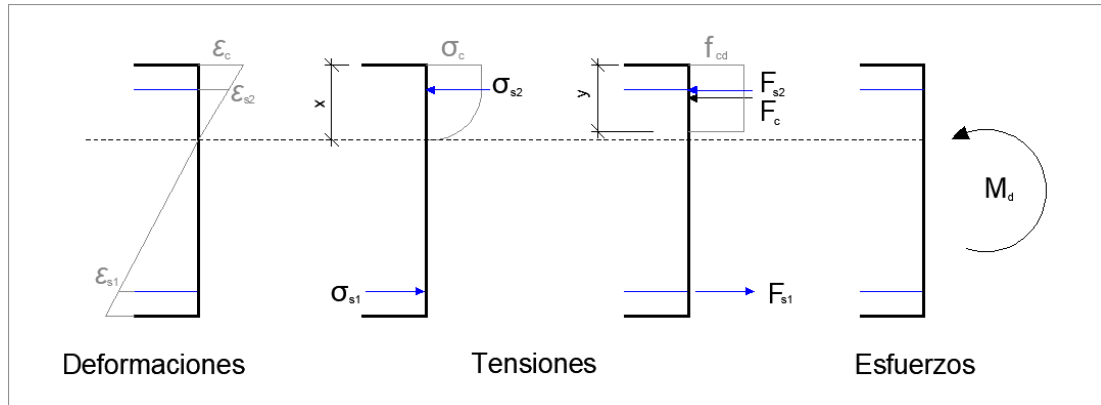


Figura 5.1.1 Diagramas de deformaciones y tensiones en HA en Estado Límite Último

A continuación, se define el significado de algunas variables utilizadas en las fórmulas de los siguientes apartados:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

$$F_c = f_{cd} \cdot b \cdot d$$

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_s}$$

$$F_s = f_{yd} \cdot A_s$$

En sección rectangular con flexión simple donde la profundidad límite es  $x_{lim}=0,625 \cdot d$ . El momento límite es:

$$M_{lim} = f_{cd} \cdot z_{lim} = (b \cdot f_{cd} \cdot y_{lim}) \cdot \left(d - \frac{y_{lim}}{2}\right)$$

donde:

$$y_{lim} = 0,8 \cdot x_{lim} = 0,8 \cdot \left(\frac{d}{1 + \frac{f_{yd}}{700}}\right)$$

I.  $M_d \leq M_{lim}$

$$F_{s2} = 0$$

$$F_{s1} = F_c \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_d}{F_c \cdot d}}\right)$$

II.  $M_d > M_{lim}$

$$s_2 = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{x_{lim} - d'}{d'}\right)$$

$$F_{s1} = 0,8 \cdot F_c \cdot \frac{x_{lim}}{d} + \frac{M_d - M_{lim}}{d - d'}$$

$$F_{s2} = \frac{1}{s_2} \cdot \left(\frac{M_d - M_{lim}}{d - d'}\right)$$

Las fórmulas propuestas suponen que la sección sólo dispondrá de armadura en el paramento comprimido si el momento de cálculo  $M_d$  es superior al momento frontera, momento del bloque comprimido de hormigón respecto de la fibra donde se sitúa la armadura traccionada, para  $x = x_{lim}$ . El caso I corresponde a situaciones de dimensionamiento donde  $0 < x \leq x_{lim}$ . En el caso II la posición de la fibra neutra,  $x = x_{lim}$ , se mantiene constante.

## 5.2 HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS EN ESTADO LÍMITE ÚLTIMO

Los cálculos relativos a los Estados Límite Últimos del hormigón con fibras siguientes son los definidos por la EHE 08.

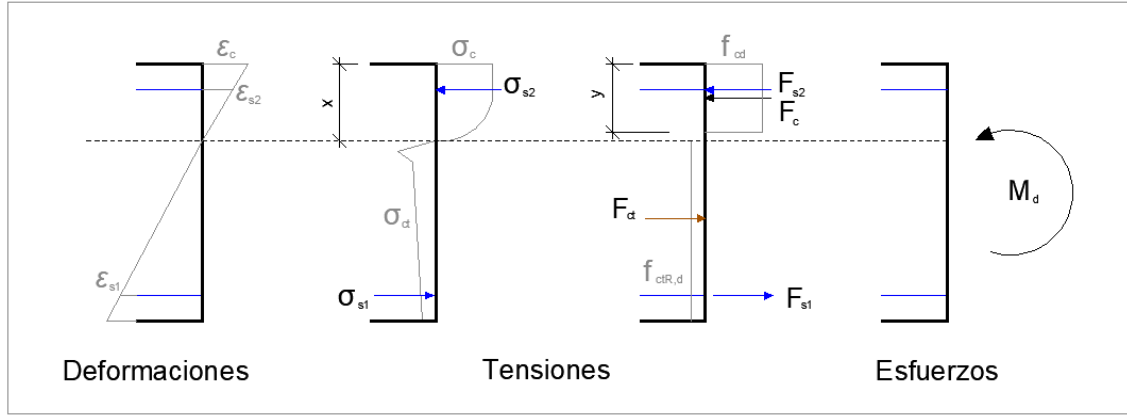


Figura 5.2.1 Diagramas de deformaciones y tensiones en HAF en Estados Límite Últimos

El cálculo de la capacidad resistente última de las secciones en las que las fibras desempeñen función estructural se efectuará considerando como diagrama de cálculo del hormigón a tracción igual al del hormigón convencional (el diagrama parábola rectángulo).

Los dominios de deformación se consideran los mismos que para una estructura con hormigón convencional.

En aquellos casos en que se utilice fibras con función estructural sometidos a flexión simple o compuesta, solas o en combinación con armadura tradicional, se deberá cumplir la siguiente limitación:

$$A_p f_{pd} \frac{d_p}{d_s} + A_s f_{yd} + \frac{z_f}{z} A_{ct} f_{ctR,d} \geq \frac{W_1}{z} f_{ct,m,fl} + \frac{P}{z} \left( \frac{W_1}{A} + e \right)$$

donde:

$z_f A_{ct} f_{ctR,d}$  Contribución de las fibras

$z_f$  Brazo mecánico de la tracción del hormigón

$A_{ct}$  Área traccionada de hormigón

$f_{ctR,d}$  Resistencia residual a tracción de cálculo en el diagrama rectangular

En el caso de secciones rectangulares con o sin armadura pasiva puede emplearse la siguiente relación simplificada, en la que no se precisa determinar el área traccionada de hormigón.

$$A_s \cdot f_{yd} + 0,4 \cdot A_c \cdot f_{ctR,d} > 0,04 \cdot A_c \cdot f_{cd}$$

Esta limitación se justifica como garantía para evitar la rotura frágil del hormigón. La acción de las armaduras tradicionales y de las fibras es complementaria en este aspecto, y por tanto la limitación constituye una exigencia de contenido mínimo en fibras para elementos sin armaduras tradicionales, y la posibilidad de reducir, e incluso eliminar, la exigencia de armaduras tradicionales mínimas en elementos con contenido suficiente de fibras estructurales

Los valores de las cuantías geométricas mínimas que se muestran en el artículo 42.3.5 de la EHE 08 que, en cualquier caso, deben disponerse en los diferentes tipos de elementos estructurales, en función del acero utilizado, se podrán reducir, en el caso de hormigones con fibras, en una cuantía mecánica equivalente:

$$A_c \cdot f_{ctR,d}$$

### 5.3 HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL EN ESTADO LÍMITE DE SERVICIO

El anejo 8 de la EHE 08 define las expresiones que permiten evaluar los distintos parámetros que rigen el comportamiento seccional, de secciones rectangulares y en T, en régimen lineal fisurado: profundidad de la fibra neutra  $X$ , estado de tensiones de las fibras de armadura  $\sigma_{s1}$  y  $\sigma_{s2}$  y del hormigón  $\sigma_c$ , deformaciones de las armaduras  $\epsilon_{s1}$  y  $\epsilon_{s2}$  y valores de rigidez.

Las expresiones de este anejo permiten determinar las tensiones en la armadura traccionada ( $\sigma_s, \sigma_{sr}$ ) para la comprobación del Estado Límite de Fisuración (de servicio) o evaluar la inercia fisurada ( $I_f$ ) para la comprobación del Estado Límite de Deformaciones.

Las hipótesis adoptadas, para la determinación de las expresiones que se presentan, son las siguientes:

- El plano de deformaciones se mantiene plano después de la deformación.
- Adherencia perfecta entre el hormigón y el acero.
- Comportamiento lineal para el hormigón comprimido.

$$\sigma_c = E_c \epsilon_c$$

- Se desprecia la resistencia a tracción del hormigón.
- Comportamiento lineal para los aceros, tanto en tracción como en compresión.

$$\sigma_{s1} = E_s \epsilon_{s1}$$

$$\sigma_{s2} = E_s \epsilon_{s2}$$

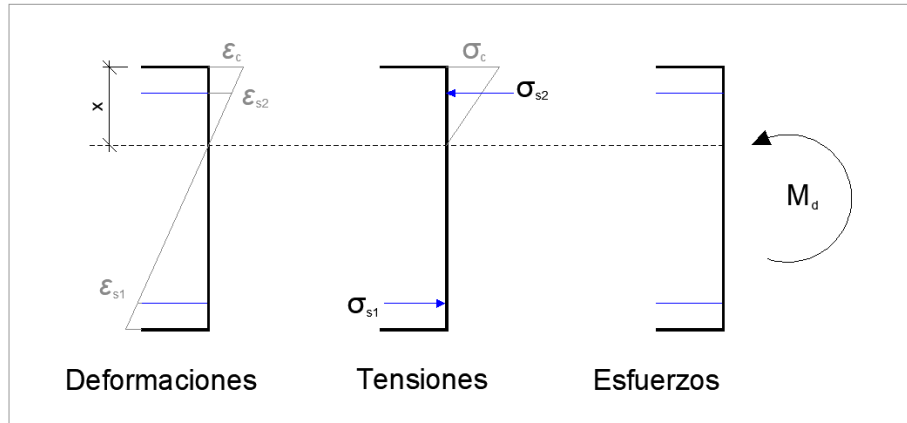


Figura 5.2.1 Diagramas de deformaciones y tensiones en HA en Estados Límite de Servicio

Inercia fisurada para secciones rectangulares de HA:

$$I_f = nA_{s1}(d - X)\left(d - \frac{X}{3}\right) + nA_{s2}(X - d')\left(\frac{X}{3} - d'\right)$$

Profundidad relativa de la fibra neutra:

- Si  $\rho_2 \neq 0$

$$\frac{X}{d} = n\rho_1\left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\left(1 + \frac{\rho_2 d'}{\rho_1 d}\right)}{n\rho_1\left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2}}\right]$$

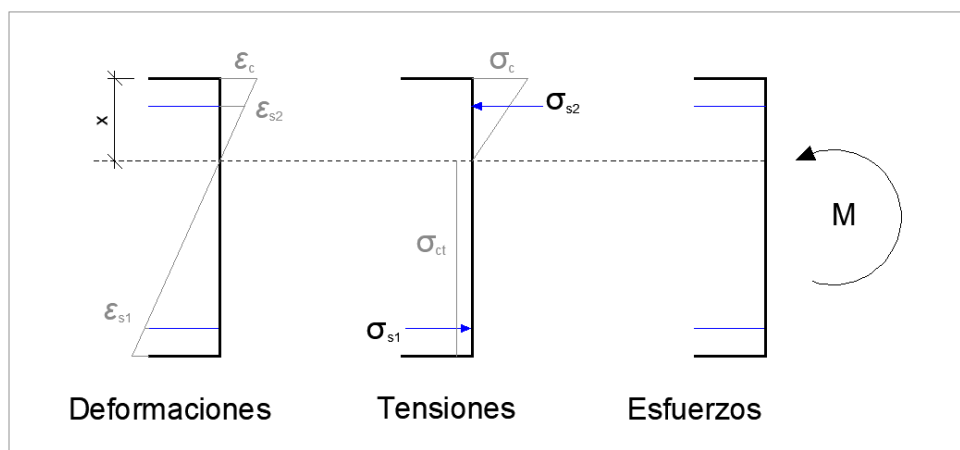
- Si  $\rho_2 = 0$

$$\frac{X}{d} = n\frac{A_s}{bd}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n\rho_1}}\right)$$

#### 5.4 HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS EN ESTADO LÍMITE DE SERVICIO

La EHE 08 no define las expresiones que permiten evaluar los distintos parámetros que rigen el comportamiento seccional en régimen lineal fisurado en elementos de hormigón armado con fibras. Por ello se ha deducido las expresiones que permiten determinar las tensiones en la armadura traccionada ( $\sigma_s, \sigma_{sr}$ ) para la comprobación del Estado Límite de Fisuración (de servicio) o evaluar la inercia fisurada ( $I_f$ ) para la comprobación del Estado Límite de Deformaciones en hormigón armado con fibras, las deducciones de estas expresiones están desarrolladas en el anejo 1 de este trabajo.

Las hipótesis adoptadas, para la determinación de las expresiones que se presentan, son las definidas en el siguiente diagrama:



*Figura 5.2.1 Diagramas de deformaciones y tensiones en HA en Estados Límite de Servicio*

Esta hipótesis cumple las mismas condiciones expuestas en el punto 5.3 para hormigón armado convencional.

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c$$

$$\sigma_{s1} = E_s \varepsilon_{s1}$$

$$\sigma_{s2} = E_s \varepsilon_{s2}$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctR,d} = 0,33 f_{R,3,d}$$

#### 5.5 COMPARACIÓN ENTRE EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HAF Y EL HA

En el anejo 2, se hace los cálculos la relación de la fibra neutra y el canto útil, y en ella se puede ver como la fibra neutra de la sección de hormigón armado con fibras siempre se mantiene por debajo de la fibra neutra de la de sección de hormigón armado convencional, con una diferencia entre ellas de 0,014 y 0,017 en ELU de flexión y, entre un 0,016 y un 0,32, en ELS de deformación. Como consecuencia de esto la cuantía de armado ahorrada en las piezas de HAF respecto a las de HA es casi constante en relación a la sección útil. Esto se debe a que el área ahorrada es proporcional al área del hormigón armado con fibras sometida a tracción, es decir, el área que queda por debajo de la fibra neutra.

## 6. JUSTIFICACIÓN DE LOS PRECIOS PARA LOS PRESUPUESTOS, EMISIONES DE DIÓXIDO DE CARBONO Y CONSUMO DE ENERGÍA

Para el cómputo de las estimaciones de coste, consumo energético y emisiones de dióxido de carbono se ha tomado como base de datos la de iTec (BEDEC 2017). Todos los precios, MJ de energía consumida y kg de emisiones se han tomado de la base de datos según el siguiente criterio:

Fecha de los precios: noviembre de 2017  
 Ámbito de los precios: Comunidad Autónoma Cataluña  
 Tipo de precio: PEM (Precio de Ejecución Material)

La siguiente tabla muestra los precios unitarios, el consumo de energía y emisiones de dióxido de carbono para cada partida compuesta que se ha utilizado en el estudio:

Código ITeC de partida	Descripción de partida (m <sub>2</sub> )	Unidad	Precio unitario (€)	Emisiones de CO <sub>2</sub> (kg)	Consumo de energía (MJ)
E4DC2D00	Montaje y desmontaje de encofrado para losas, a una altura <= 5 m, con tablero de madera de pino	m <sup>2</sup>	27,45	1,24	17,40
E4BC3000	Armadura para losas de estructura AP500 S de acero en barras corrugadas B500S de límite elástico >= 500 N/mm <sup>2</sup> , elaborada en obra y manipulada en taller	kg	1,23	3,04	37,69
E45C19H4	Hormigón para losas, HA-30/B/20/IIb, de consistencia blanda y tamaño máximo del árido 20 mm, vertido con bomba	m <sup>3</sup>	94,19	277,72	1541,84
E45CX9H4	Hormigón con fibras para losas, HAF-30/A-2,5-2/F/20-60/IIb+E, tamaño máximo del árido 20 mm, con >= 300 kg/m <sup>3</sup> de cemento y entre 20 y 25 kg/m <sup>3</sup> de fibras de acero conformadas en extremos, apto para clase de exposición IIb+E, vertido con bomba	m <sup>3</sup>	97,54	342,83	2451,71

Tabla 6.1 Partidas empleadas para la elaboración de presupuestos

La última partida referida al hormigón con fibras para losas ha tenido que ser creada puesto que no existe una partida con este hormigón para forjados de losa maciza. Para edificación es fácil encontrar este material en soleras pero no en el resto de elementos de hormigón de una edificación convencional. Así pues se ha creado esta partida teniendo en cuenta las mismas condiciones en la que esta la partida de hormigón armado convencional para losas.





## 7. COMENTARIOS DE LOS RESULTADOS

A continuación se muestran los resultados obtenidos para los casos descritos en el universo estudiado (apartado 4.4) mediante los métodos de cálculo definidos en el apartado 4.2 y empleando los parámetros del apartado 4.3, además del cálculo de costes, emisiones de dióxido de carbono y consumo energético mediante los valores del apartado 6.

Los resultados generales se han obtenido al leer y comparar los datos que aparecen en las tablas y gráficos de los anejos 4 y 5.

### 7.1 PARÁMETROS COMPARADOS

Los resultados que se muestran en tablas en el anejo 4 se muestran también en forma de gráficas en el anejo 5 con la misma numeración, en las cuales el eje de las abscisas siempre figuran las luces entre ejes de los apoyos (expresadas en  $m$ ), mientras que en el eje de las ordenadas aparecen cada uno de los 11 parámetros listados a continuación:

- 1) Canto del forjado ( $h$ ) [ $cm$ ]
- 2) Cuantía de hormigón [ $m_3$  de hormigón/ $m^2$ ]
- 3) Cuantía de armadura [ $kg$  acero/ $m^2$ ]
- 4) Alfa ( $\alpha$ ) de Scanlon [adimensional]
- 5) Relación luz ( $L$ ) canto de forjado ( $h$ ) [adimensional]
- 6) Coste [ $€/m_2$ ]
- 7) Porcentaje de ahorro en el coste [%]
- 8) Emisiones de dióxido de carbono [ $kg$  de acero/ $m_2$ ]
- 9) Porcentaje de incremento en las emisiones de dióxido de carbono [%]
- 10) Consumo de energía [ $MJ/m_2$ ]
- 11) Porcentaje de incremento en el consumo de energía [%]

### 7.2 COMENTARIOS DE CADA PARÁMETRO ESTUDIADO

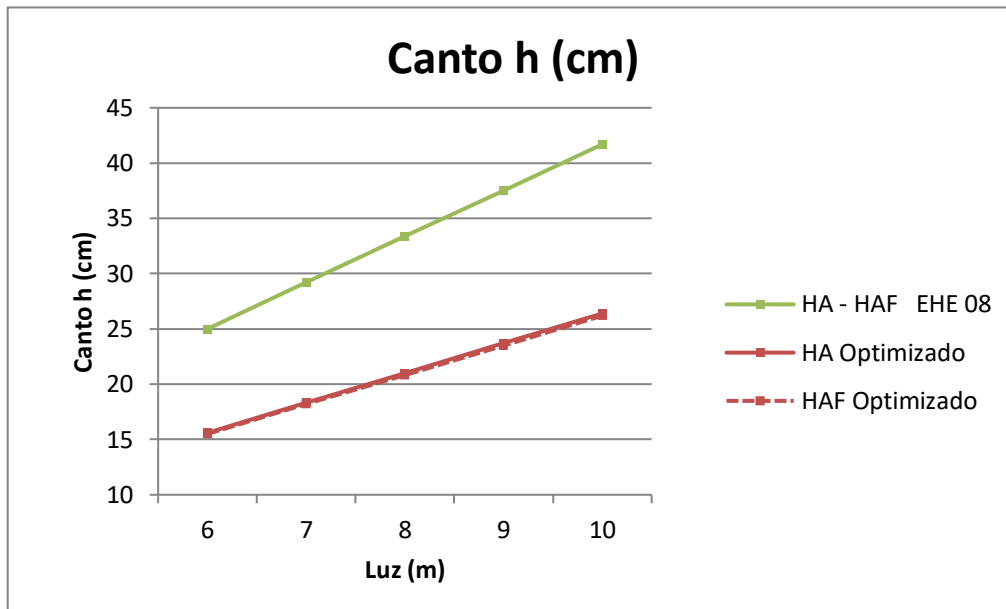
#### 7.2.1. CANTOS DE LOS FORJADOS

En la lectura de los resultados de las tablas referentes a los cantos obtenidos mediante la EHE 08 (artículo 50.2.2.1) y los cantos optimizados mediante la igualación de flechas activas y flechas admisibles del anejo 4 y 5 (tablas y gráficas 1, 12, 23, 34, 45, 56) se puede concluir lo siguiente:

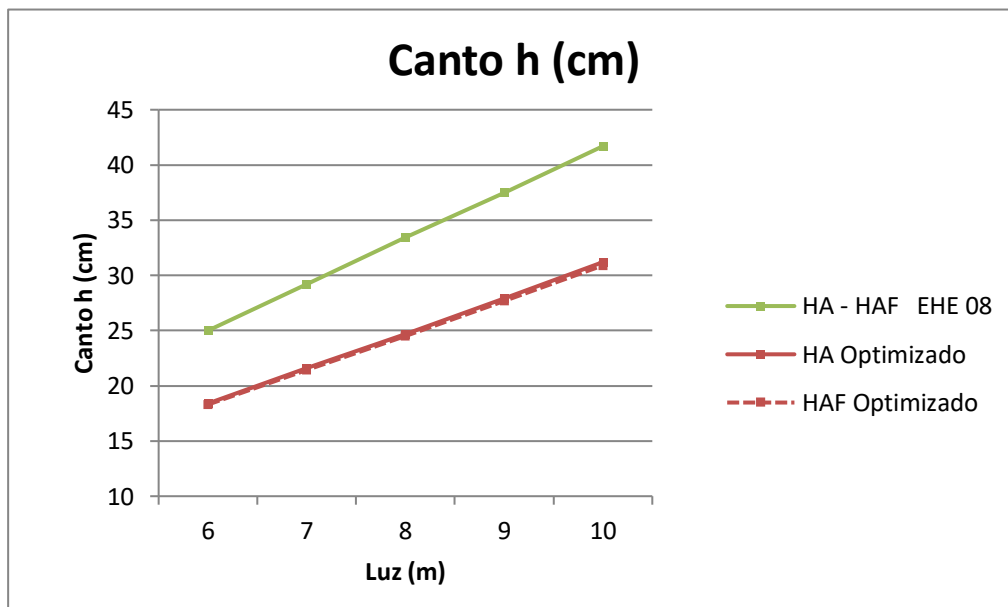
- Es evidente que los cantos mínimos sugeridos en la norma cumplen holgadamente las flechas admisibles, observando en las gráficas que todos los cantos obtenidos mediante su optimización son, por lo menos, 5 cm menores que los de la norma.
- De modo general, se puede observar, en los forjados unidireccionales optimizados, que para cargas ligeras los cantos obtenidos son menores (entre 16 y 31 cm) en comparación con las situaciones en que las cargas son pesadas donde los cantos aumentan hasta llegar a 21-32 cm, igual que a más luz mayor es el canto en todos los casos.
- Los forjados en situación de biempotramiento forman cantos optimizados entre 2 y 4 mm menores que los forjados en situación de empotrado-articulado, dado que las flechas activas son menores y permiten, mediante la optimización, una mayor reducción del canto.

- Si se comparan los resultados de los cantos obtenidos entre los forjados de hormigón armado convencional y los de hormigón armado con fibras, se puede observar que los cantos de los forjados con fibras siempre son menores a los convencionales, aún así la diferencia que hay entre ellos es casi insignificante, del orden de 1 o 2 mm.

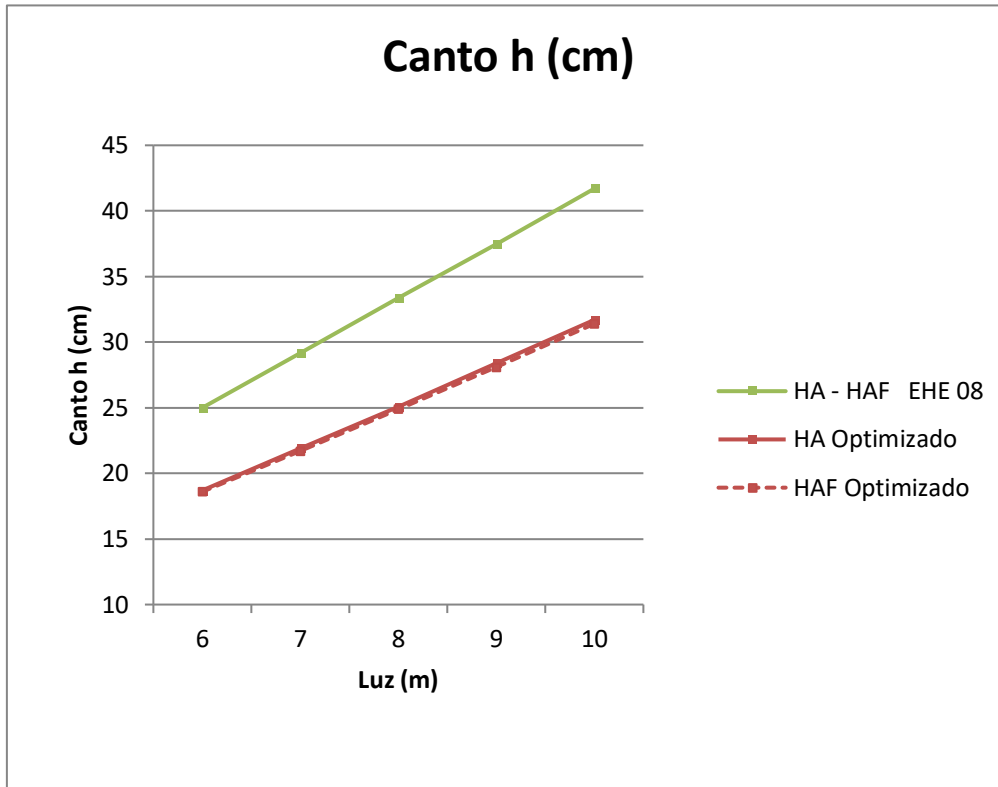
Para ilustrar las conclusiones anteriores se incluyen a continuación las gráficas con los cantos de los forjados biempotrado y empotrado-articulado para el estado de cargas 2,5 y 7,5 kN/m<sup>2</sup>.



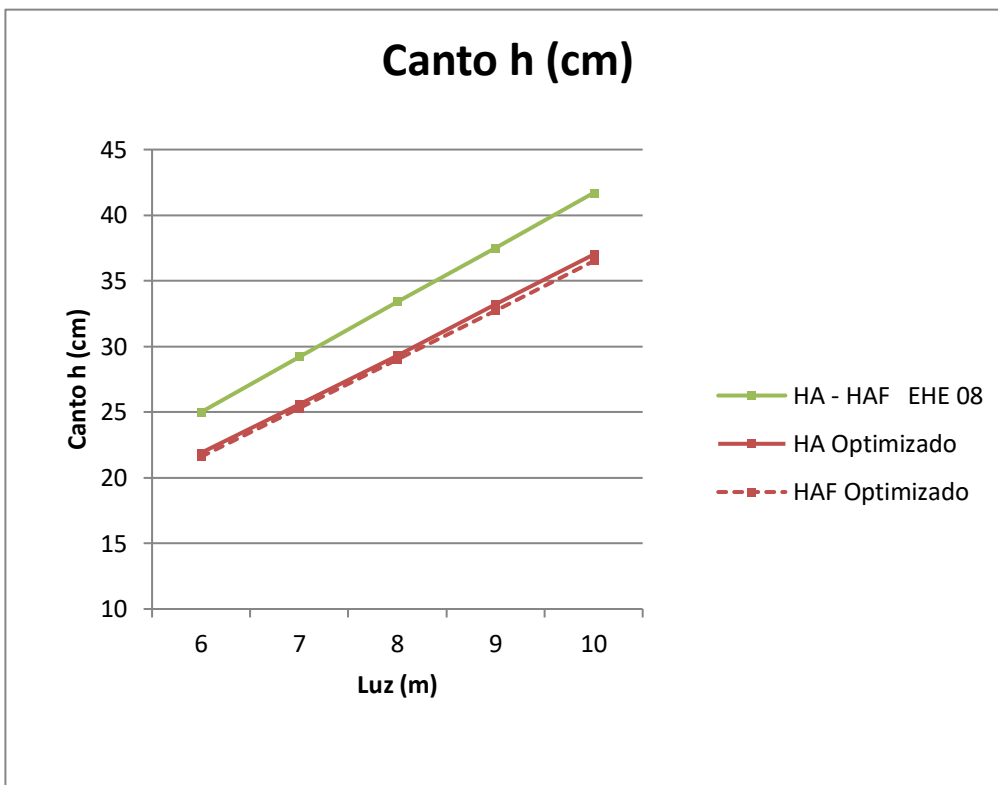
Gráfica 7.2.1.1 Cantos de forjados (h) en condición de biempotramiento en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.1.2 Cantos de forjados (h) en condición de biempotramiento en función de la luz para el estado de cargas ,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.1.3 Cantos de forjados (h) en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



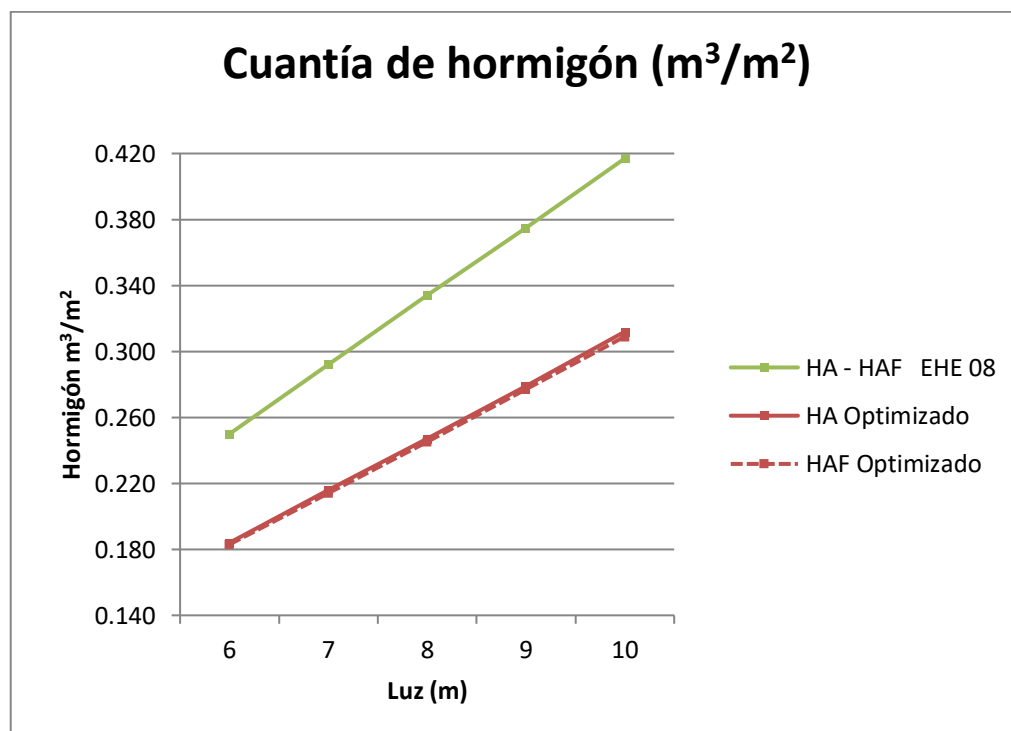
Gráfica 7.2.1.4 Cantos de forjados (h) en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

### 7.2.2. CUANTÍA DE HORMIGÓN

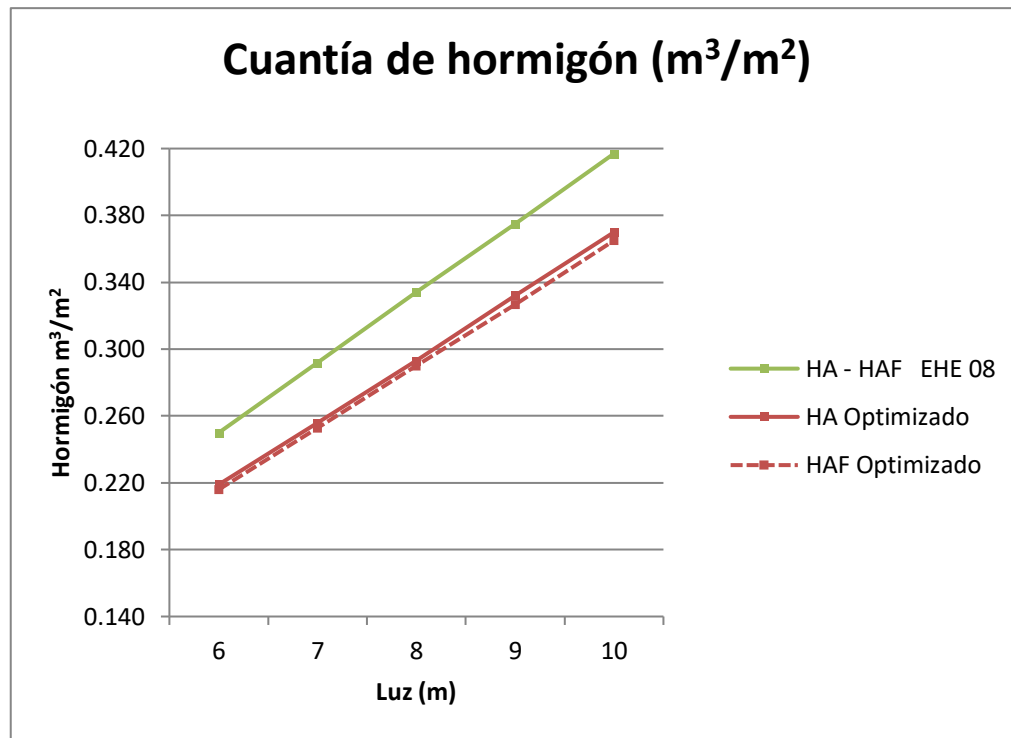
Observando los resultados de las tablas referentes a las cuantías de hormigón obtenidos de los forjados calculados mediante la EHE 08 y los optimizados a través de la igualación de flechas activas y flechas admisibles del anejo 4 y 5 (tablas y gráficas 2, 13, 24, 35, 46, 57) se puede concluir lo siguiente:

- Igual que en los resultados anteriores, los forjados con canto de la norma consumen entre un 0,5 y un 1,0 m<sup>3</sup> cuantía de hormigón más que los forjados optimizados.
- Los forjado de hormigón armado convencional están a muy poca diferencia de los forjados de hormigón armados con fibra en cuanto al consumo de hormigón, aún así estos últimos siempre consumen entre un 0,1% y un 0,4% de hormigón menos que los de armado convencional.
- Los forjados empotrados-articulados tienen entre un 0,04 y un 0,05 m<sup>3</sup> de hormigón más que los forjados biempotrados.

Para ilustrar las conclusiones anteriores se incluyen a continuación las gráficas con las cuantías de hormigón de los forjados biempotrados y empotrado-articulado para el estado de cargas 7,5 kN/m<sup>2</sup>.



Gráfica 7.2.2.3 Consumo de hormigón (m<sup>3</sup> hormigón/m<sup>2</sup>) en condición de biempotrado en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.2.4 Consumo de hormigón ( $\text{m}^3 \text{ hormigón/m}^2$ ) en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales  $7,5 \text{ kN/m}^2$

### 7.2.3. CUANTÍA DE ARMADURA

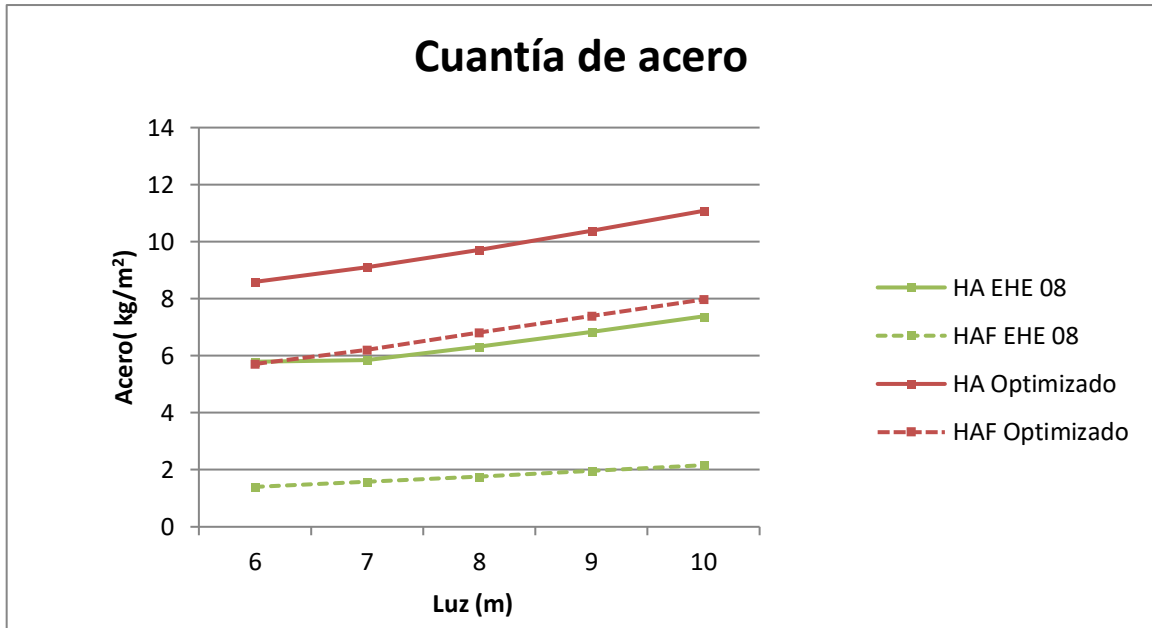
Analizando los resultados de las tablas referentes a las cuantías de acero obtenidos de los forjados calculados mediante la EHE 08 y los cantos optimizados a través de la igualación de flechas activas y flechas admisibles del anejo 4 y 5 (tablas y gráficas 3, 14, 25, 36, 47, 58) se puede concluir lo siguiente:

- Los forjados unidireccionales de hormigón armado con fibras necesitan entre 2 y 4 kg menos de armadura que los forjados de hormigón armado convencional.
- El armado necesario en los forjados con cantos de la norma son entre 2 y 5 kg más que el necesario en los forjados optimizados. Debido a que los forjados con canto de la norma no sufren tanto los esfuerzos a flexión por su sobredimensión; por consiguiente, los forjados optimizados al ser más delgados sufren más a flexión y, por ello, la necesidad de más acero para asumirla.
- Los forjados unidireccionales empotrados-articulados consumen entre 2 y 4 kg de acero más que los forjados unidireccionales biempotrados. Los forjados empotrados-articulados no tienen momentos negativos en uno de sus extremos a diferencia de los biempotrados, ahorrándose con ello, armado a negativo en ese extremo.
- En los casos empotrados-articulados con cantos de norma y hormigón armado convencional la cuantía de armado es mayor a la de cantos optimizados con hormigón armado con fibras, sin embargo en casos biempotrados pasa justamente lo contrario, los forjados con canto de norma y hormigón armado convencional necesita menos armado que el optimizado con hormigón armado con fibras.
- Los resultados de los gráficos 7.2.3.3 y 7.2.3.4, reflejan que el ahorro de armado en relación a la sección útil es prácticamente constante en los forjados unidireccionales con canto de la norma,

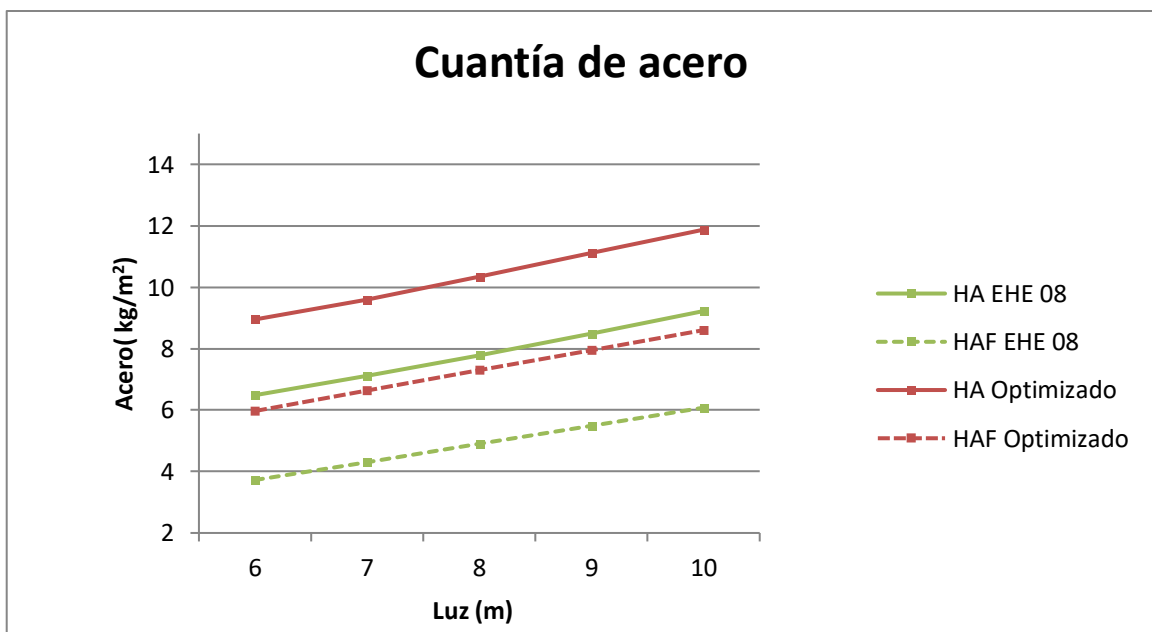
mientras que en forjados unidireccionales optimizados el ahorro decrece a medida que aumenta el canto útil, es decir, la luz. El ahorro en forjados con canto de la norma empotrados-articulados es cercano al 0,8‰ y en biempotrados es cercano a 1,8‰.

- En forjados optimizados, el ahorro en empotrados-articulados es muy similar a los biempotrados, entre un 0,1‰ y un 0,2‰, y en los dos casos el ahorro se acerca bastante a 1,8‰.

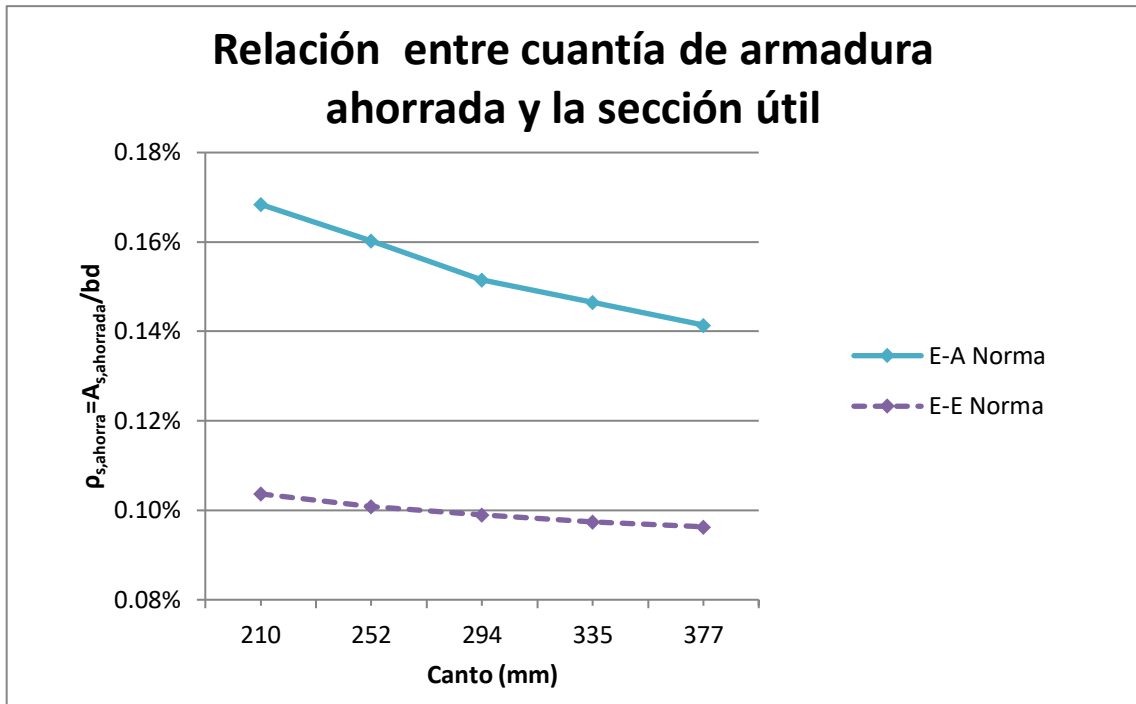
Para ilustrar las conclusiones anteriores se incluyen a continuación las gráficas con las cuantías de armadura de los forjados biempotrados y empotrado-articulado para el estado de cargas 2,5 kN/m<sup>2</sup> y las gráficas que relacionan la cuantía de armadura ahorrada y la sección útil.



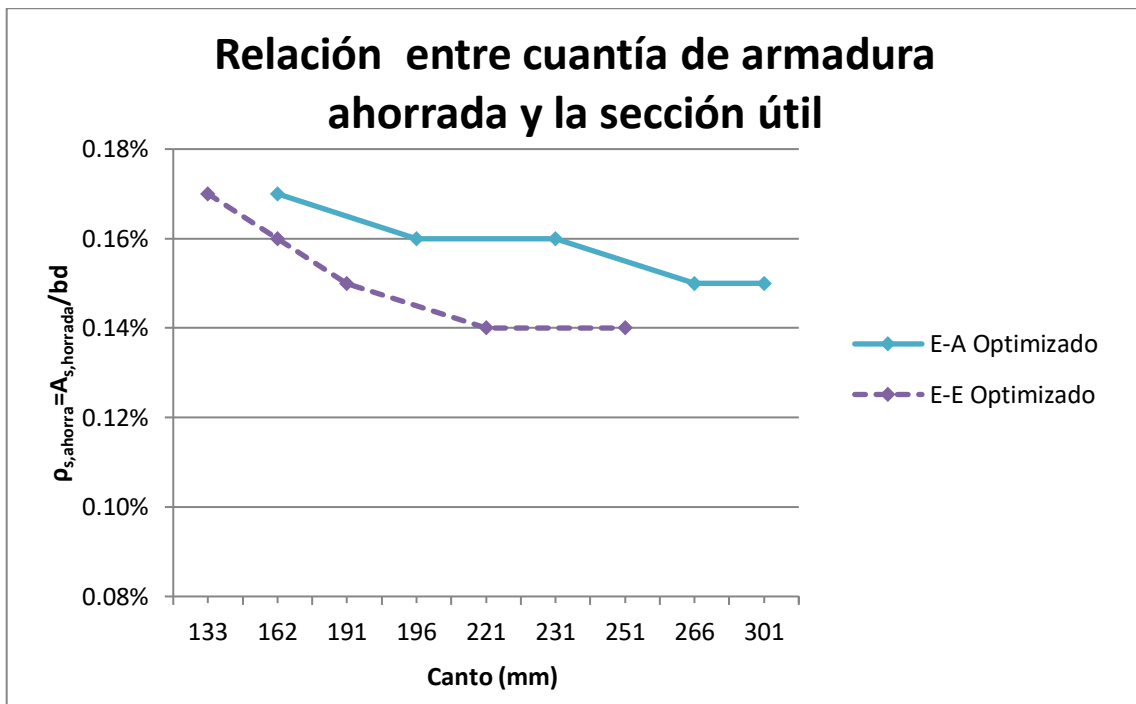
Gráfica 7.2.3.1 Consumo de armadura (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en condición de biempotramiento en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.3.2 Consumo de armadura (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.3.3 Relación entre cuantía de armadura ahorrada y sección útil ( $\rho_{s,ahorra} = A_{s,ahorrada}/bd$ ) para forjados unidireccionales con canto de la norma en función del canto útil para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.3.4 Relación entre cuantía de armadura ahorrada y sección útil ( $\rho_{s,ahorra} = A_{s,ahorrada}/bd$ ) para forjados unidireccionales optimizados en función del canto útil para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

#### 7.2.4.ALFA ( $\alpha$ ) DE SCANLON

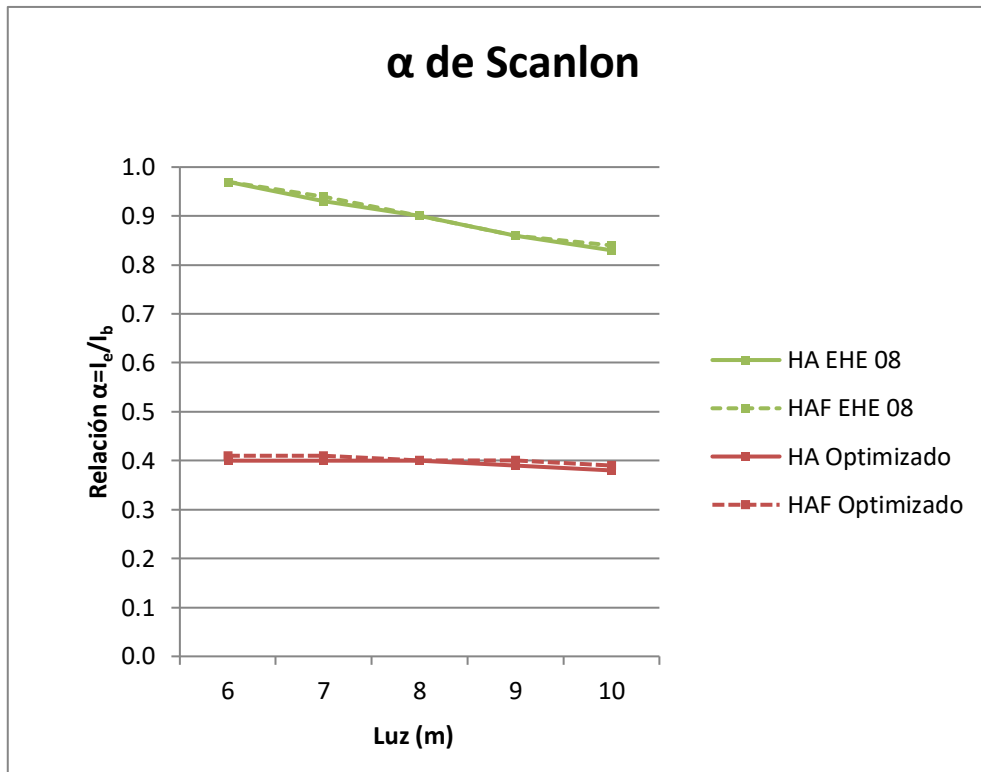
Observando los resultados de las tablas referentes a la alfa de Scanlon obtenidos de los forjados calculados mediante la EHE 08 y los cantos optimizados a través de la igualación de flechas activas y flechas admisibles del anejo 4 y 5 (tablas y gráficas 4, 15, 26, 37, 48, 59) se puede concluir lo siguiente:

Todos los valores obtenidos tienen mucho interés a l ahora de predimensionar rápidamente forjados. Recordemos que  $\alpha$  es la relación entre inercia equivalente ( $I_e$ ) e inercia bruta ( $I_b$ ). Es decir, conocer este parámetro nos dota de una herramienta muy sencilla para hallar la inercia, eficaz que tiene una sección después de su fisuración.

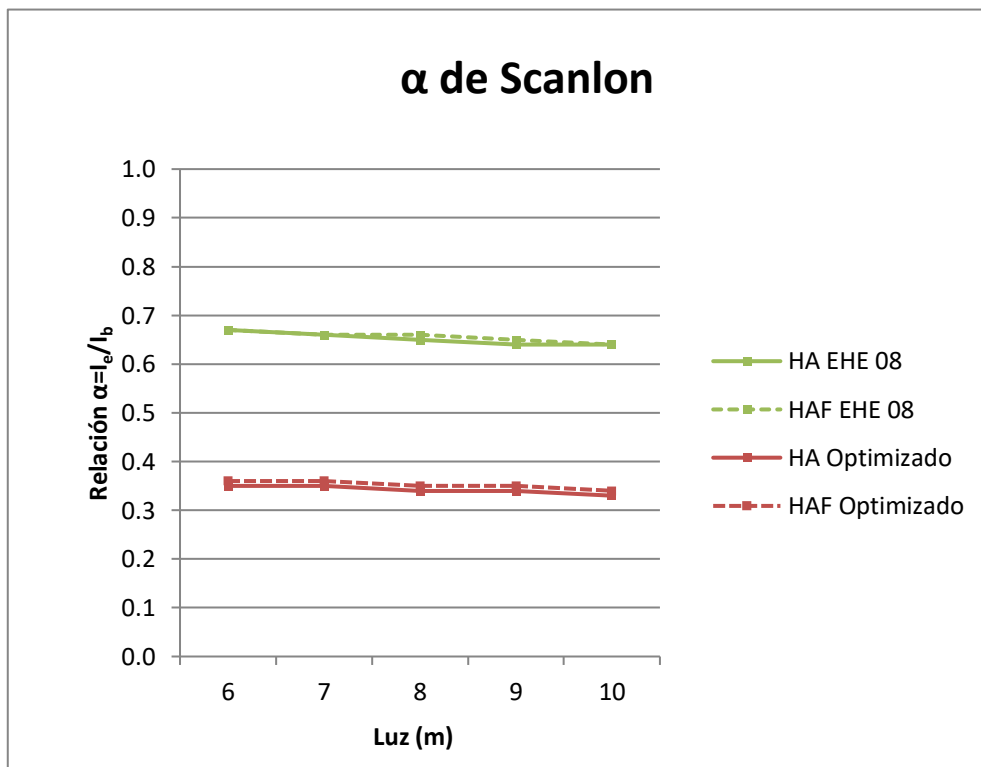
- Hay una notable diferencia entre los valores de  $\alpha$  de los forjados biempotrados con canto de la norma y los optimizados, los nombrados primero tienen una relación entre las inercias más cercanas a 1 que los optimizados. Con esto podemos ver que los forjados con canto de la norma al estar sobredimensionados apenas fisuran y con ello la conservación de la mayoría de la sección después de fisurar. En cambio los forjados optimizados al fisurar pierden un 60% de la sección después de fisurar en casos de menos cargas y hasta un 75% en casos de mayor carga.
- Lo comentado anteriormente, en casos de empotrado-articulado es un poco diferente, puesto que los forjados con canto de la norma pierden entre un 40% y un 75% de la sección (según la carga), y en los forjados optimizados se mantienen siempre entre una pérdida de entre el 75% y el 80% de la sección. La inercia fisurada es un factor que depende directamente de la profundidad de la fibra neutra una vez fisurada la sección; viendo que los forjados de hormigón armado con fibras tienen  $\alpha$  mayores que los armados con hormigón armado convencional, se puede concluir que la profundidad de la fibra neutra en forjado armados con fibras se mantiene siempre por debajo que los de armados convencional.
- Los forjados armados con fibras frente a los de armado convencional siempre tienen valores de  $\alpha$  más altos, de armado con fibras pierden entre un 2% y un 3% menos de sección que los de armado convencional.

Para ilustrar las conclusiones anteriores se incluyen a continuación las gráficas con los valores de  $\alpha$  de los forjados biempotrados y empotrado-articulado para el estado de cargas 2,5 kN/m<sup>2</sup> y 7,5 kN/m<sup>2</sup>.

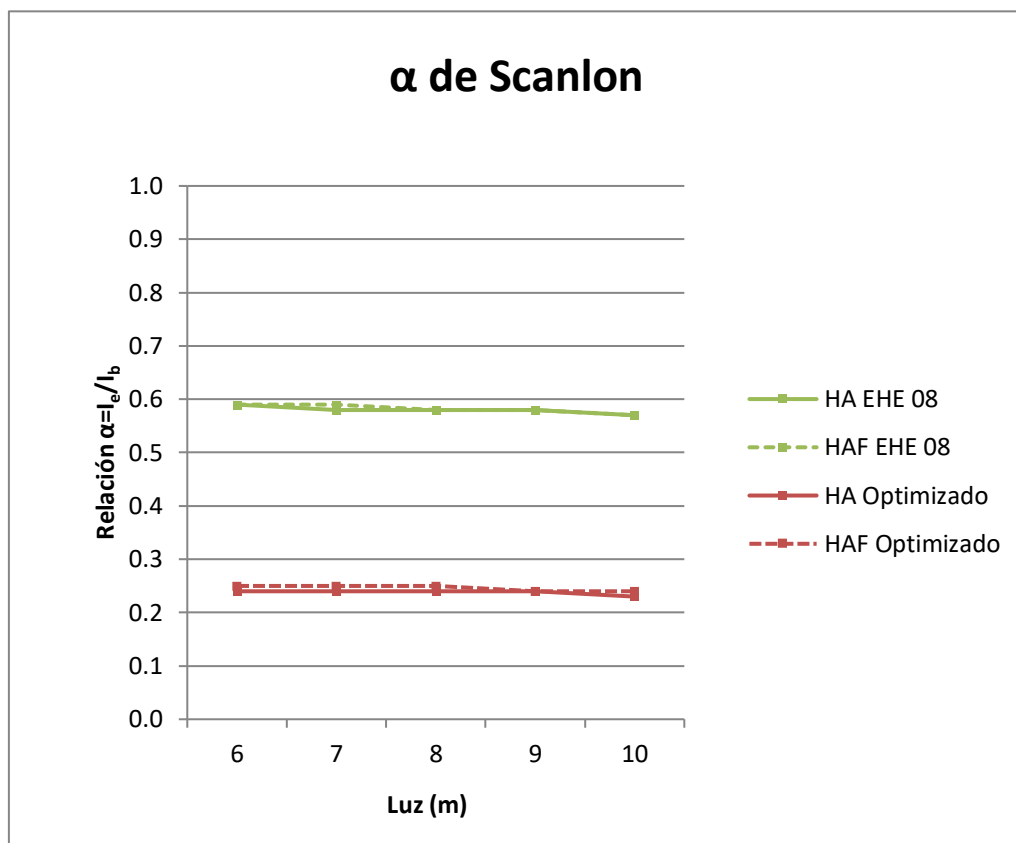




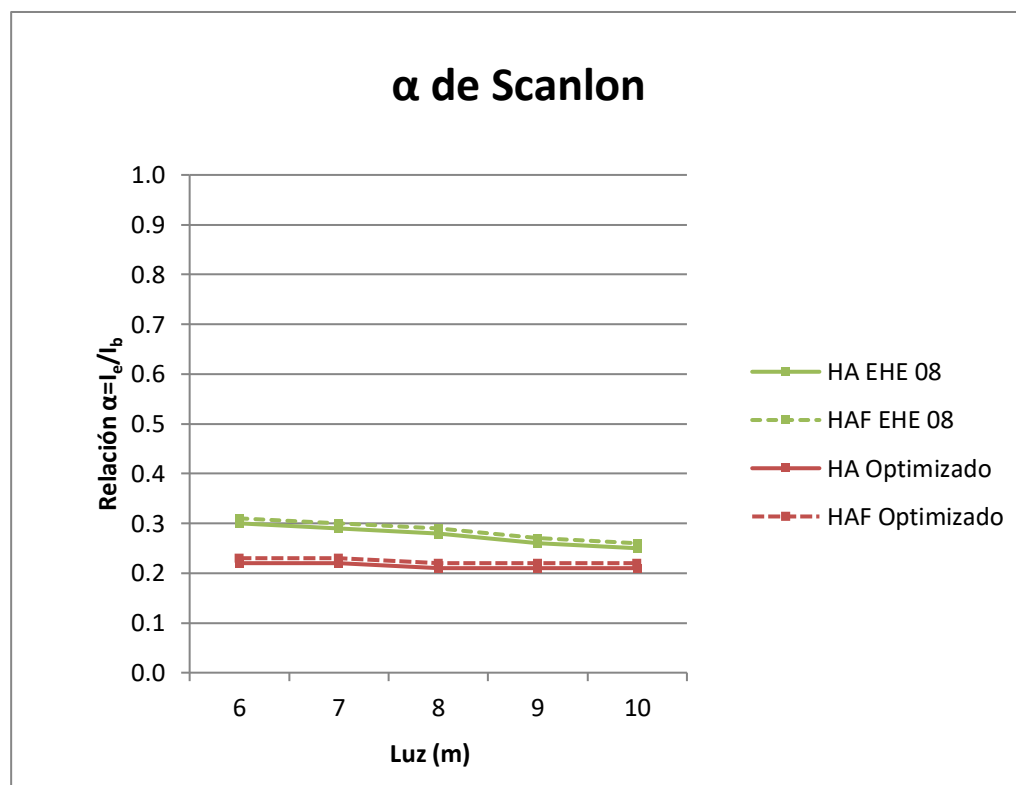
Gráfica 7.2.4.1 Coeficiente alfa de Scanlon en condición de biempotramiento en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m²



Gráfica 7.2.4.2 Coeficiente alfa de Scanlon en condición de biempotramiento en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m²



Gráfica 7.2.4.3 Coeficiente alfa de Scanlon en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



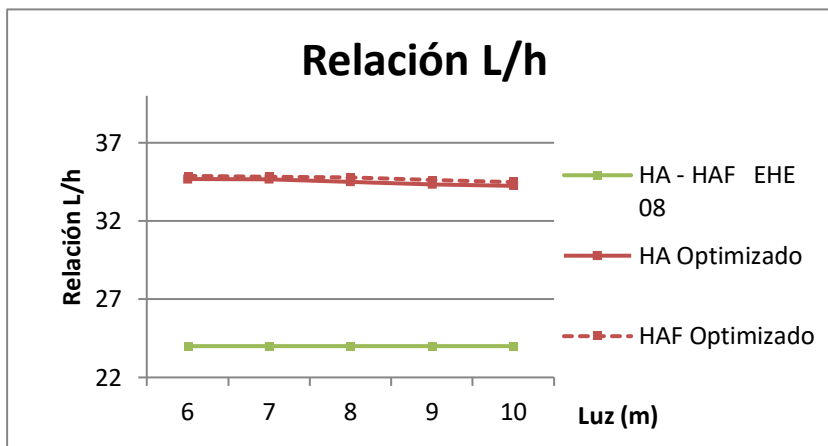
Gráfica 7.2.4.4 Coeficiente alfa de Scanlon en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

### 7.2.5.RELACIÓN LUZ-CANTO DE FORJADO

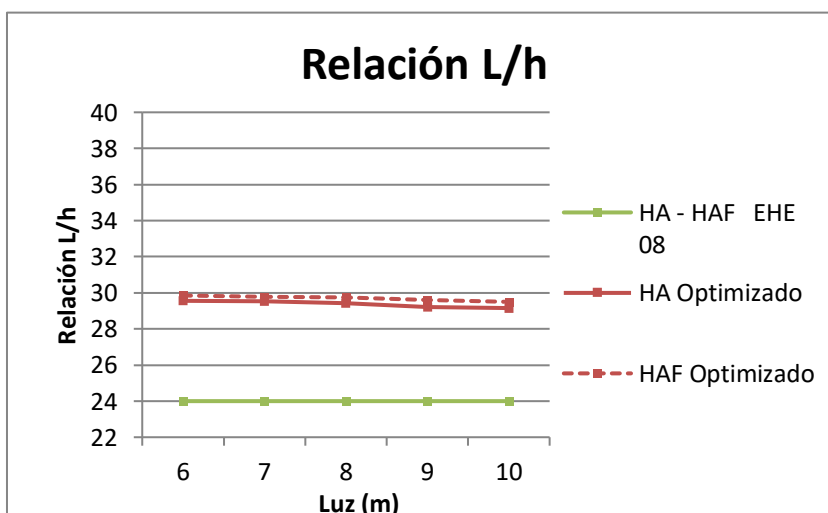
En la lectura de los resultados de las tablas referentes a la relación luz-canto obtenidos de los forjados calculados mediante la EHE 08 y los cantos optimizados a través de la igualación de flechas activas y flechas admisibles del anejo 4 y 5 (tablas y gráficas 5, 16, 27, 38, 49, 60) se puede concluir lo siguiente:

- Como es evidente, los valores obtenidos de los forjados con canto de la norma ya sean de hormigón armado convencional o con fibras no varía, siempre es 24, puesto que es lo que establece la EHE 08 en el artículo 50.2.2.1 para este tipo de forjados.
- Los resultados de los forjados optimizados biempotrados son entre 39, en casos de menores cargas, y 31, en casos de mayores cargas. Sin embargo los valores en forjados optimizados empotrados-articulados se acercan más a los de la norma, es decir a 24, debido a que los cantos obtenidos en los forjados biempotrados son menores a los forjados empotrado-articulados.
- En todos los casos los forjados de hormigón armado con fibras tienen valores entre 1 y 2 mayores a los de hormigón armado convencional, una diferencia muy pequeña. Esto ocurre por el hecho de que la diferencia entre los cantos de los forjados optimizados de hormigón con fibra y los de hormigón convencional es despreciable.

Para ilustrar las conclusiones anteriores se incluyen a continuación las gráficas con los valores de la relación luz-canto de los forjados biempotrados y empotrado-articulado para el estado de cargas 5 kN/m<sup>2</sup>.



Gráfica 7.2.5.1  
Relaciones luz – canto (L/h) en condición de biempotramiento en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5kN/m<sup>2</sup>



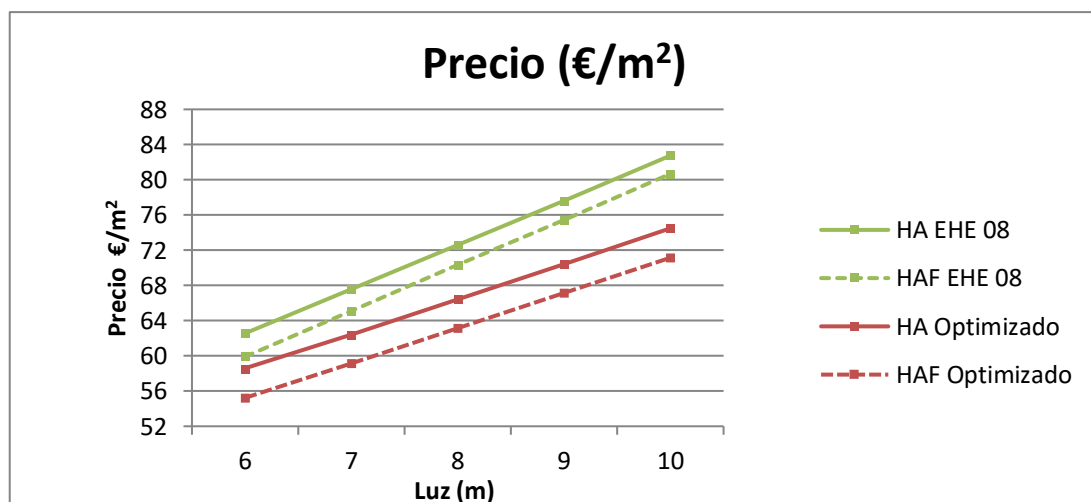
Gráfica 7.2.5.2  
Relaciones luz – canto (L/h) en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5kN/m<sup>2</sup>

### 7.2.6.COSTE DE LOS FORJADOS Y PORCENTAJE DE AHORRO

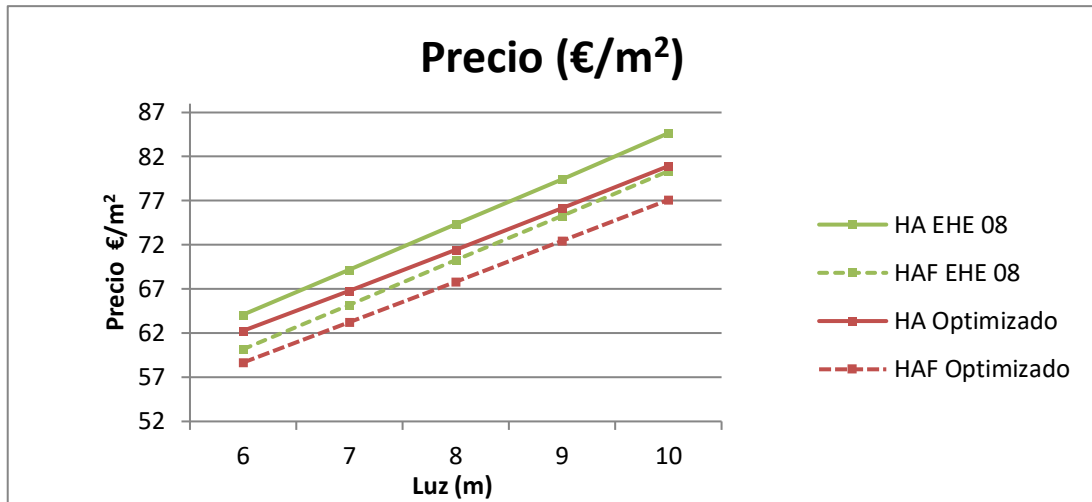
Observando los resultados de las tablas referentes a los costes y el porcentaje de ahorro en costes obtenidos de los forjados calculados mediante la EHE 08 y los cantos optimizados a través de la igualación de flechas activas y flechas admisibles del anejo 4 y 5 (tablas y gráficas 6, 7, 17, 18, 28, 29, 39, 40, 50, 51, 61, 62) se puede concluir lo siguiente:

- Los forjados unidireccionales con canto de la norma tienen precios entre 4 € y 8 € más caros que los forjados optimizados, dado que los de canto de la norma tienen grandes cantidades de hormigón y más armado en comparación con los optimizados. Dentro de los forjados con canto de la norma los armados con fibras tienen precios entre 2€ y 4€ más baratos que los de armado convencional, por el hecho de que los armados con fibras requieren de menos armado que los de armado convencional gracias a las fibras de acero.
- El precio en los casos de mayor luz aumenta hasta 10€ de los de menor luz, esto es debido a que a más luz más canto y por lo tanto más consumo de hormigón, y también la necesidad de más cantidad de armado.
- El porcentaje de ahorro en el precio en forjados de hormigón armado con fibras frente a los de hormigón armado convencional optimizados va desde 4,6% hasta 5,8%; y los forjados de hormigón armado con fibras frente a los de hormigón armado convencional optimizados va desde 2,2% hasta 4,6%. En estos resultados, es interesante ver que los forjados unidireccionales de menores luces contienen siempre los mayores ahorros.
- El ahorro más significativo que se puede ver es en los forjados optimizados frente a los de la norma, teniendo en cuenta que los cantos entre ellos apenas varía, el ahorro viene claramente dado por la necesidad de armado. Los forjados optimizados, al contener cantos más delgados, requieren de más armadura a diferencia de los forjados con canto de la norma.

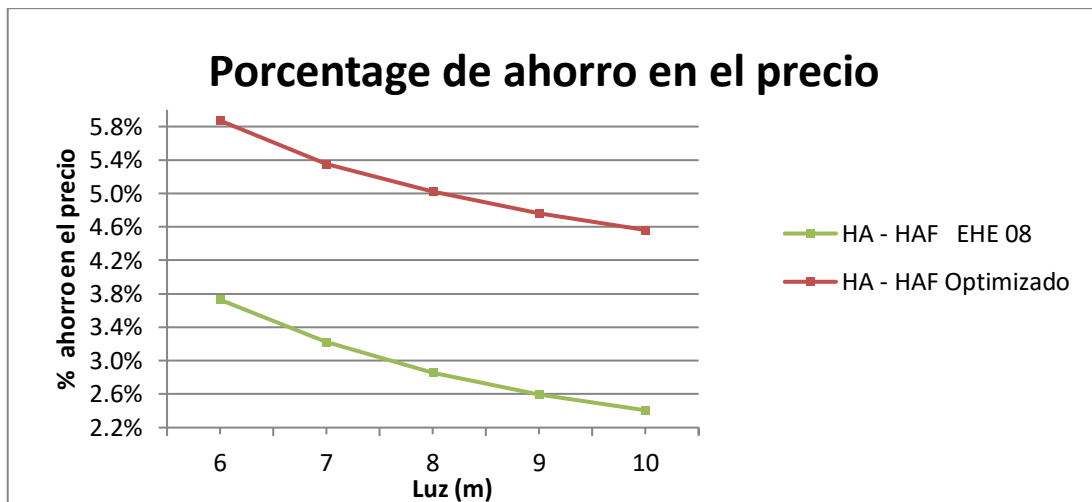
Para ilustrar las conclusiones anteriores se incluyen a continuación las gráficas con los valores de los precios de los forjados biempotrados y empotrado-articulado para el estado de cargas 5 kN/m<sup>2</sup> y los porcentajes de ahorro en dichos precios de los forjados biempotrados y empotrado-articulado para el estado de cargas 2,5 kN/m<sup>2</sup>.



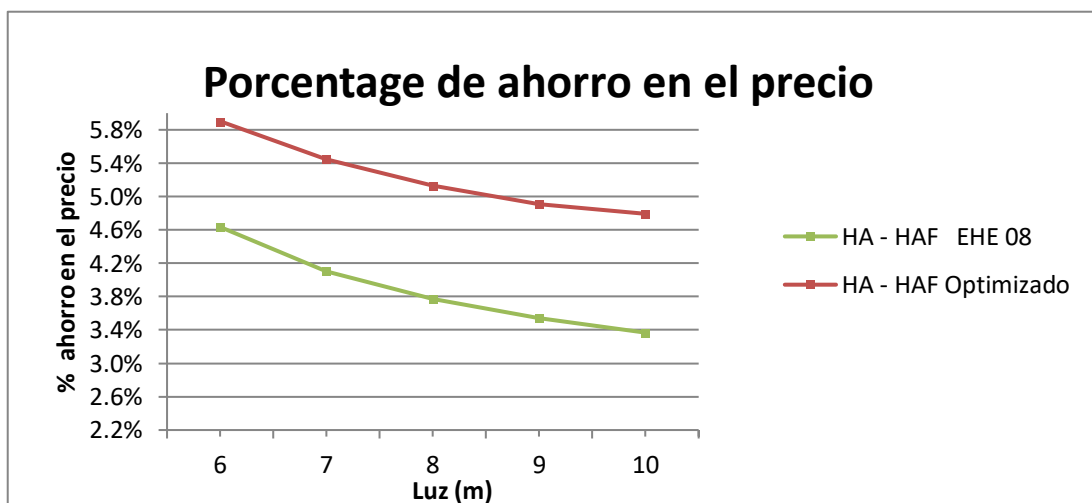
Gráfica 7.2.6.1 Coste de los forjados de losa maciza en condición de biempotramiento en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.6.2 Coste de los forjados de losa maciza en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.6.3 Porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en condición biempotrado en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



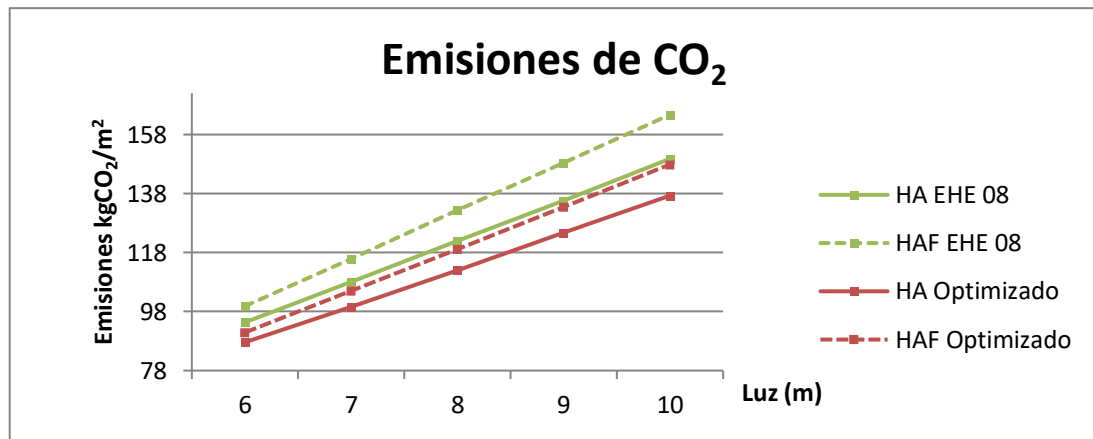
Gráfica 7.2.6.4 Porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en condición empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

#### 7.2.7. EMISIONES DE DIÓXIDO DE CARBONO Y PORCENTAJE DE INCREMENTO

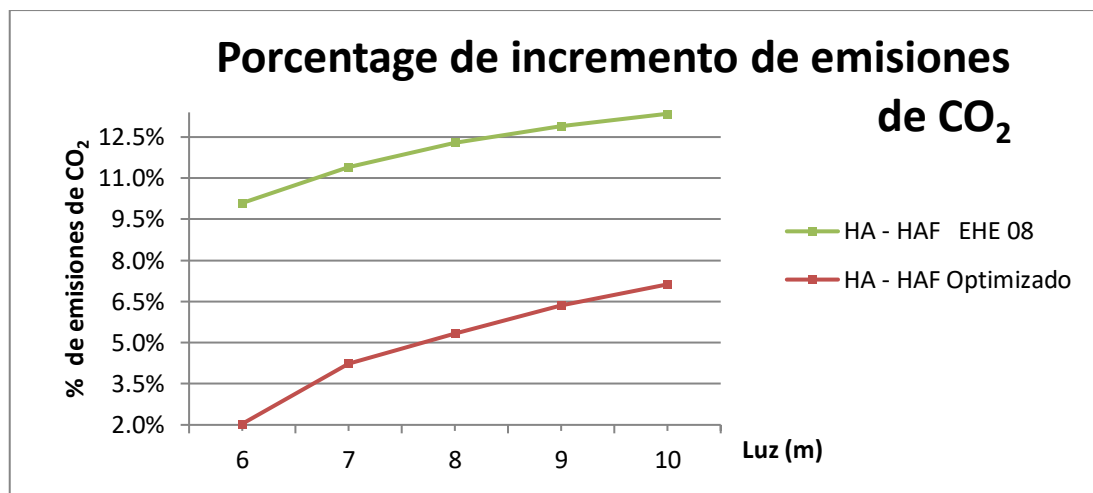
En la lectura de los resultados de las tablas referentes a las emisiones de dióxido de carbono y el porcentaje de incremento de estos en hormigón armado con fibras frente a los armados con hormigón convencional obtenidos de los forjados calculados mediante la EHE 08 y los cantos optimizados a través de la igualación de flechas activas y flechas admisibles del anejo 4 y 5 (tablas y gráficas 8, 9, 19, 20, 30, 31, 41, 42, 52, 53, 63, 64) se puede concluir lo siguiente:

- Los forjados con canto de la norma emiten entre 10 y 20 kg más dióxido de carbono que los forjados optimizados, y los forjados con hormigón armado convencional siempre suponen entre 3 y 10 kg menos de dióxido de carbono que los forjados armados con fibras.
- La diferencia que hay en emisiones de dióxido de carbono entre forjados de hormigón de armado convencional y el armado con fibras se acentúa hasta un 10 kg de en luces mayores, sin embargo a luces más pequeñas la diferencia entre ellos es hasta de 3kg.
- El incremento de emisiones de dióxido de carbono en forjados con hormigón armado con fibras frente a los de armado convencional siempre es de entre 5,63% y un ,98% en forjados con cantos de la norma, y de entre un 3,27% y un 7,79% en forjados optimizados. Dado que a más cantidad de material más emisiones, sobretodo de hormigón que contamina 277,72 kg/m<sup>2</sup> y el hormigón con fibra 342,83 kg/m<sup>2</sup>.
- Se ha de dar importancia a los resultados de los porcentajes de incremento de emisiones de dióxido de carbono que se obtienen de forjados optimizados de hormigón armado con fibras, sometido a pequeñas cargas puesto que estos y los de hormigón armado convencional son los menos contaminantes en todos los casos.

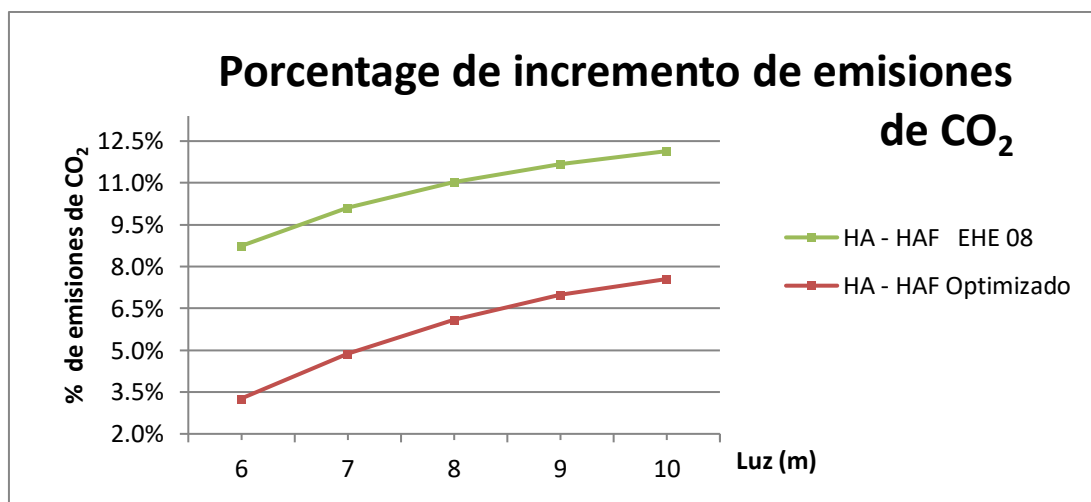
Para ilustrar las conclusiones anteriores se incluyen a continuación las gráficas con los valores de las emisiones de dióxido de carbono que emiten los forjados empotrado-articulado para el estado de cargas 5 kN/m<sup>2</sup> y los porcentajes incremento en dichas emisiones de los forjados biempotrados y empotrado-articulado para el estado de cargas 2,5 kN/m<sup>2</sup>.



Gráfica 7.2.7.1 Emisiones de CO<sub>2</sub> de los forjados de losa maciza en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.7.2 Porcentaje de incremento en emisiones de CO<sub>2</sub> de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en condición biempotrado en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



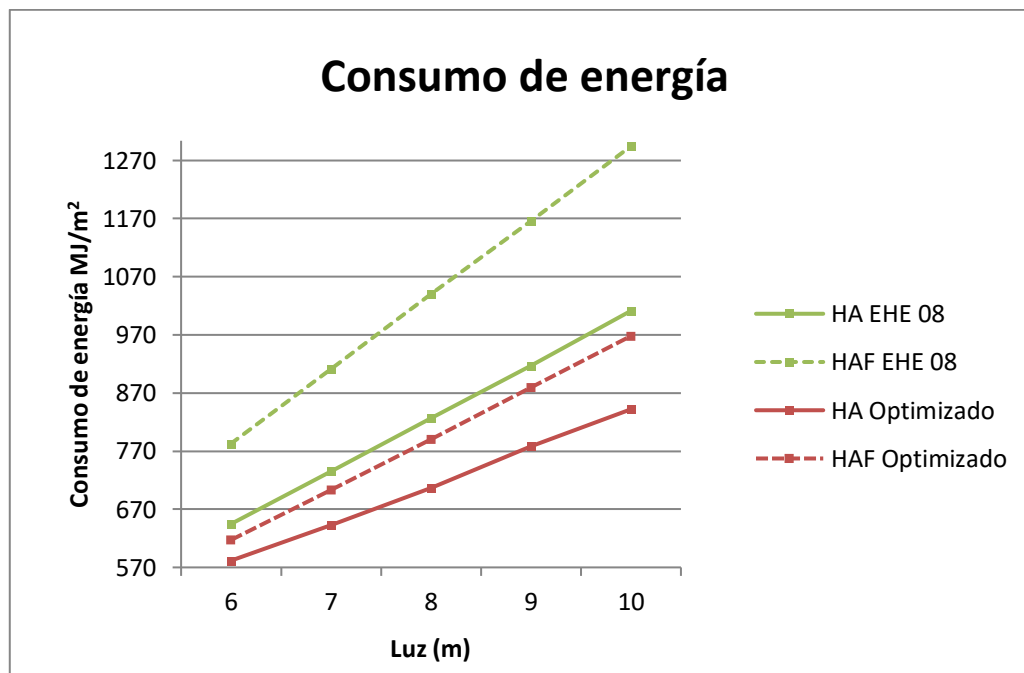
Gráfica 7.2.7.3 Porcentaje de incremento en emisiones de CO<sub>2</sub> de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en condición empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

### 7.2.8.CONSUMO DE ENERGÍA Y PORCENTAJE DE INCREMENTO

Observando los resultados de las tablas referentes al consumo de energía y el porcentaje de incremento de este en hormigón armado con fibras frente a los armados con hormigón convencional obtenidos de los forjados calculados mediante la EHE 08 y los cantos optimizados a través de la igualación de flechas activas y flechas admisibles del anejo 4 y 5 (tablas y gráficas 10, 11, 21, 22, 32, 33, 43, 44, 54, 55, 65, 66) se puede concluir lo siguiente:

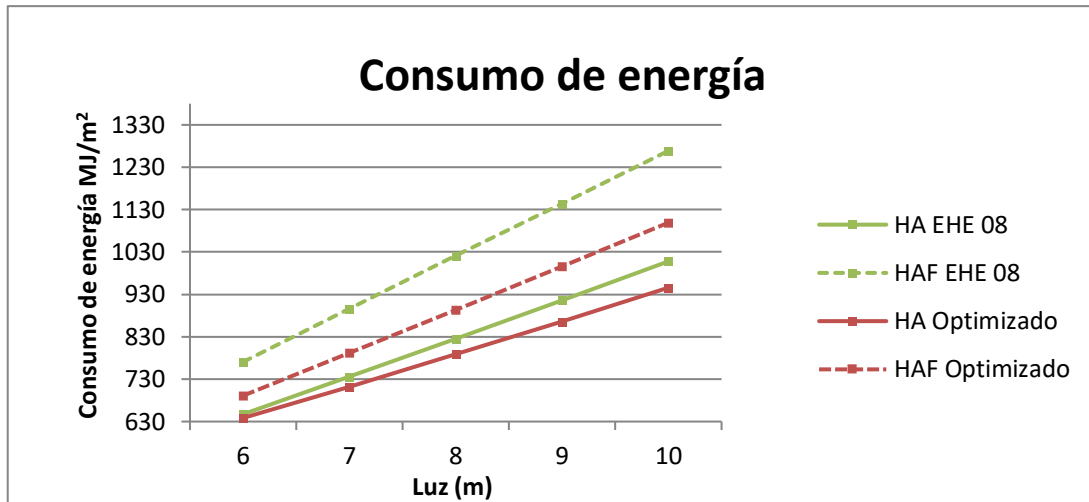
- Los resultados de los forjados biempotrados y los empotrados-articulados son muy similares entre ellos. Los forjados de hormigón armado con fibras consumen entre 691 y 1370 MJ; y los de armado convencional entre 647 y 1150 MJ. Esto es debido a que solo el hormigón armado con fibras consume casi el doble de energía que el hormigón convencional.
- El porcentaje de incremento de consumo de energía de los forjados de hormigón armado con fibras frente a los de armado convencional es de entre un 13% y un 26% en forjados con canto de la norma, y entre un 8% y un 17% en forjados optimizados. Es decir, los forjados armados con fibras siempre tienen un incremento de consumo frente a los de armado convencional, pero es importante destacar que los forjados con menos luces y menores cargas contienen los incrementos de consumo de entre un 6% y un 10%, siendo los que menos incremento conllevan los forjados biempotrados.

Para ilustrar las conclusiones anteriores se incluyen a continuación las gráficas con los valores del consumo de energía de los forjados biempotrados y empotrado-articulado para el estado de cargas  $2,5 \text{ kN/m}^2$  y los porcentajes incremento en dichas emisiones de los forjados biempotrados y empotrado-articulado para el estado de cargas  $2,5 \text{ kN/m}^2$ .

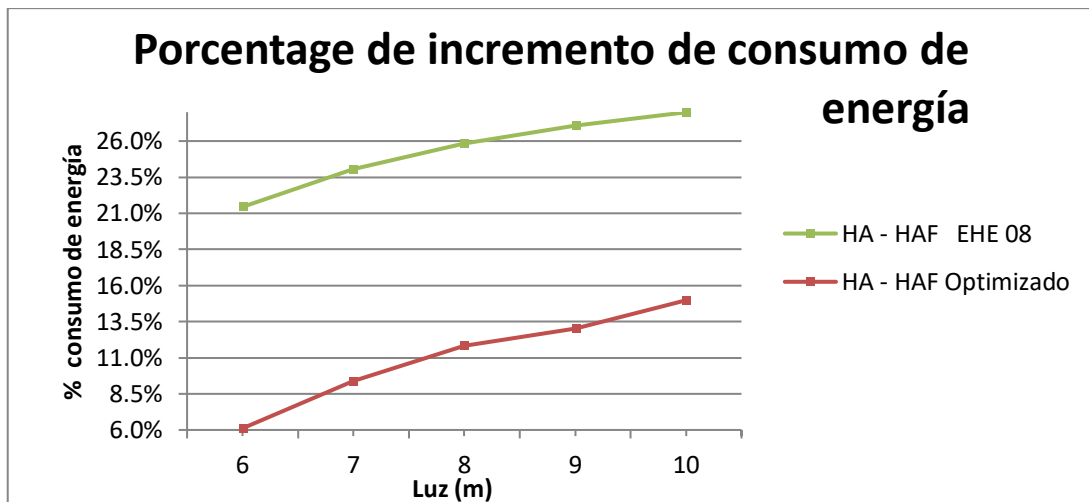


Gráfica 7.2.8.1 Consumo de energía de los forjados de losa maciza en condición biempotrado en función de la luz para el estado de cargas  $2,5 \text{ kN/m}^2$ : sobrecargas totales  $2,5 \text{ kN/m}^2$

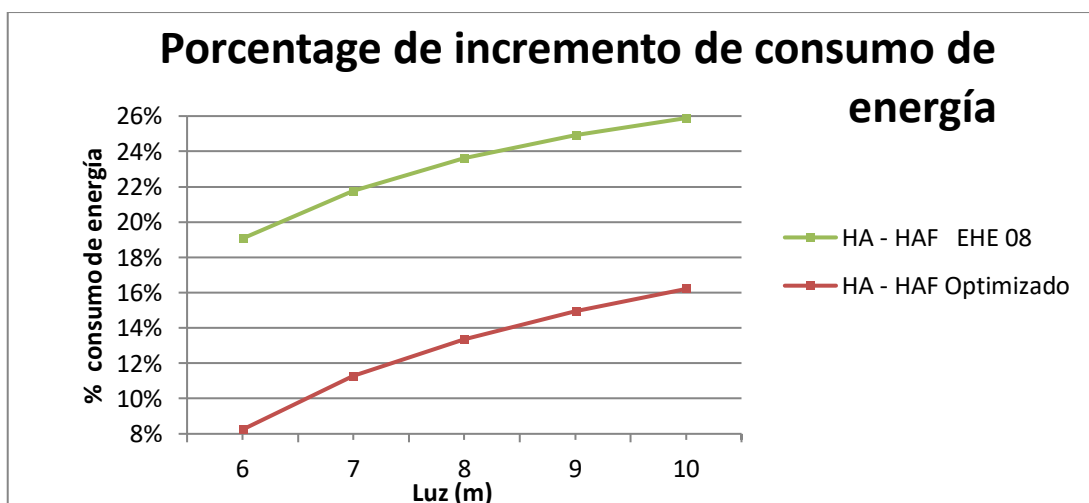




Gráfica 7.2.8.2 Consumo de energía de los forjados de losa maciza en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.8.3 Porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en condición biempotrado en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica 7.2.8.4 Porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en condición de empotrado-articulado en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



## 8. CONCLUSIONES

**Primera.** Como resultados de los cálculos se ha visto que no es viable, empleando dosificaciones habituales en el mercado, tratar de remplazar el armado de cuantía mínima de la cara traccionada en losas macizas por armado con fibras. Tampoco se han hallado en estudios experimentales consultados dosificaciones suficientemente altas como para lograr esta completa sustitución. Por ello, se ha optado por sustituir solamente la totalidad del armado de cuantía mínima de la cara comprimida y una tercera parte del armado de cuantía mínima de la cara traccionada. Se ha visto que la dosificación de 25 kg de fibras por  $\text{m}^3$  de hormigón, una dosificación muy común en el mercado, permite eliminar hacer lo antedicho garantizando el cumplimiento del criterio de ductilidad de la norma.

**Segunda.** La expresión de cálculo para ELU de flexión para hormigón armado con fibras en secciones rectangulares es relativamente fácil de hacer a partir de los datos que hay en el anejo 14 de la EHE 08, pero su fórmula no está definida en ella. Podría estarlo, teniendo en cuenta que se trata de una ecuación de segundo grado, igual que ocurre con los de hormigón armado convencional. En cambio, para ELS de deformación, no hay ni datos ni expresiones de cálculo, y por ello en este estudio se ha desarrollado una expresión para ELS (anejo 1) para secciones rectangulares tomando como referencia los datos que se dan para ELU de flexión en el anejo 14 de la EHE 08 y las hipótesis de cálculo del anejo 8 para ELS de deformación para hormigón armado convencional. La expresión resultante es de una ecuación de cuarto grado. Al ser su resolución es más difícil, tal vez, sería más útil para la norma hallar una expresión más simplificada.

**Tercera.** Los cantos sugeridos en la EHE 08, tabla 50.2.2.1, cumplen muy holgadamente todas las exigencias de la norma, dando esto lugar a poca optimización de las piezas: mayores costes, altas emisiones de dióxido de carbono y un elevado consumo de energía. Por ello, se considera conveniente obviar los valores de esta tabla y emplear directamente las limitaciones de flechas activas y admisibles a la hora de dimensionar losas macizas unidireccionales de hormigón armado para su mayor optimización.

**Cuarta.** En cuanto al canto de forjados macizos optimizados, la diferencia que hay entre los de hormigón armado convencional y los de hormigón armado con fibras es despreciable: entre 1 y 2 mm, siendo más delgados los armados con fibras.

**Quinta.** No obstante, el ahorro en cuanto a cuantía de armado en forma de barra es significativo: entre un 17 % y un 36 %. Los casos en que se obtienen más ahorros es los forjados empotrados-articulados con sobrecargas pequeñas y luces grandes, y los casos en los que se obtienen menos ahorros es en los forjados biempotrados con sobrecargas grandes y luces cortas. Del ahorro mencionado, entre 10 % y el 16 % se debe a la eliminación del armado de cuantía mínima en la cara comprimida y el resto (del 90% al 84%) se debe al ahorro en el armado en la cara traccionada.

**Sexta.** El ahorro en el precio de forjado macizos de hormigón armado con fibras frente a los armados tradicionalmente es del orden de 4,8 % – 6 %. A pesar de que el hormigón armado con fibras es más caro (un 4% más según los datos empleados) que el hormigón convencional, el ahorro en costes se consigue gracias al ahorro de acero en barras. El ahorro en el precio es mayor en forjados con luces pequeñas y sobrecargas pequeñas; y es menor en forjados de luces grandes con sobrecargas altas. Esto se debe a que a luces pequeñas con sobrecargas pequeñas la necesidad de

armado de refuerzo es mucho menor y el canto es menor, de modo que el sobre coste por el empleo de hormigón armado con fibras es poco relevante.

**Séptima.** En cuanto a emisiones de dióxido de carbono y consumo energético, los forjados formados por hormigón armado con fibras son entre 2,5% y un 6% más contaminantes que los formados de hormigón convencional; y consumen entre un 6% y un 16% más de energía los forjados de hormigón convencional.

**Octava.** Respecto al comportamiento mecánico del hormigón armado con fibras frente al hormigón armado convencional, la fibra neutra de las piezas de hormigón armado con fibras siempre se mantiene por debajo de la fibra neutra de las piezas de hormigón armado convencional, con una diferencia entre ellas de 1,4 % y 1,7 % de disminución de  $X/d$  en ELU de flexión y, entre un 1,6 y un 3,2, en ELS de deformación.

## **9. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

En el futuro sería interesante continuar el estudio con otros elementos constructivos como son los forjados reticulares dado que la cuantía de hormigón es menor y esto podría tener consecuencias positivas en el coste, las emisiones de dióxido de carbono y el consumo de energía, además de que seguramente las propiedades del hormigón armado con fibras adelgace las secciones de los forjados reticulares convencionales acentuando los resultados positivos.

También sería beneficiosa una ampliación del anejo 14 de la EHE 08 para el correcto dimensionamiento de elementos constructivos formados por hormigón armado con fibras, y con ello la definición de las expresiones de cálculo y sus correspondientes limitaciones para garantizar la seguridad de dichos elementos en cuanto a fisuración y a su ductilidad.

En el presente trabajo no se ha hecho referencia a métodos de ejecución para forjados macizos con hormigón armado con fibras, y este, tal vez, debería ser el siguiente paso en la investigación, puesto que al prescindir de parte del armado de cuantía mínima en forma de barra se pierde gran parte de los mallazos de acero habituales en forjados macizos y con ellos el método de montaje para las barras que sean de refuerzo. Así pues se deberían hacer propuestas en cuanto a montaje de estos elementos.

Los forjados unidireccionales; en cuya capa de compresión se podría eliminar el mallazo para el control de fisuración; debería estudiarse si es necesario el mallazo a efectos de reparto de esfuerzos.

Por último, sería muy bueno que se hicieran investigaciones que se centren en disminuir el consumo de energía y las emisiones de dióxido de carbono en la confección del hormigón armado con fibras para hacer más posible su integración en la edificación del futuro.

## 10. BIBLIOGRAFÍA

- Apuntes de las asignaturas de Estructuras I, Estructuras II, Estructuras III y Construcción III de la EPSEB, UPC (2013-2017).
- Akmaluddin and Pathurahman, (2012), Effective moment of inertia approach for predicting deflection of concrete beams reinforced with twisted bamboo cables, *Int. J. Civ. Environ. Eng.* 12. 3 (2012) 6–13.
- Aktan, E. A., Gogate, A. B., Polak, M. A., Aswad, A., Grossman, J. S., Salmon, C. G., ... & Hsu, C. T. (2003). Control of Deflection in Concrete Structures.
- Bischoff, P. H. (2003), Tension stiffening and cracking of steel fiber-reinforced concrete. *Journal of materials in civil engineering*, 15(2), 174-182.
- Calavera Ruiz, J. (2008). Proyecto y cálculo de estructuras de Hormigón en masa, armado y pretensado. Tomos I y II. Instituto Técnico de Materiales y Construcciones INTEMAC. ISBN, 84-88764.
- Cánovas, Manuel Fernández. (1982), "Hormigones reforzados con fibras de acero." *Informes de la Construcción* 34.342 (1982): 5-17.
- Ingenieros, C. Y. P. E. (2005), "Arquímedes y control de obra." Editat per CYPE Ingenieros (2005).
- ITeC, T. C. Q. (2006). Programa TCQ 2000 (versión 3.2). ITeC, Barcelona, España.
- Coto Roquet, L. A. (2007). Ecuaciones constitutivas para el análisis de secciones de HORMIGÓN ARMADO CON FIBRASA.
- Cuenca Asensio, E. (2008). Comportamiento a cortante de elementos constructivos fabricados con hormigón autocompactante y hormigón reforzado con fibras.
- de la Edificación, Código Técnico (2009). Documento Básico Seguridad Estructural. Acciones en la Edificación. Ministerio de Fomento, Madrid.
- de Precios BEDEC, B. (2017). Institut de Tecnologia de la Construcció de Catalunya.
- Instrucción del Hormigón Estructural (2008). EHE-08. *Madrid, Ministerio de Fomento, Secretaría General Técnica.*
- Lee, S. C., Cho, J. Y., & Vecchio, F. J. (2013). Tension-stiffening model for steel fiber-reinforced concrete containing conventional reinforcement. *ACI Structural Journal*, 110(4), 639.
- Olmo Criado, R. (2012). *Hormigón con fibras: propiedades y aplicaciones estructurales en la edificación* (Bachelor's thesis, Universitat Politècnica de Catalunya).

- Sanabra Loewe, M., & Scanlon, A. (2014). Reinforced concrete predimensioning to enhance optimization. In *IABSE Symposium MADRID 2014: engineering for progress, nature and people* (pp. 1626-1633). International Association for Bridge and Structural Engineers (IABSE).
- Segura vicent, E. & Rodríguez Lozano, J. (2013). *Análisis comparativo del efecto de los distintos tipos de fibras en el comportamiento post fisura del hormigón reforzado con fibras* (Universidad Politécnica de València).
- Scanlon, A., & Murray, D. W. (1982). Practical calculation of two-way slab deflections. *Concrete international*, 4(11), 43-50.
- Scanlon, A., & Choi, B. S. (1999). Evaluation of ACI 318 minimum thickness requirements for one-way slabs. *Structural Journal*, 96(4), 616-621.
- Scanlon, A., & Lee, Y. H. (2006). Unified span-to-depth ratio equation for nonprestressed concrete beams and slabs. *ACI structural journal*, 103(1), 142.

## **11. CONTENIDO DEL CD**

1. RESUMEN
2. ESTUDIO DEL EFECTO DE SUSTITUIR EL ARMADO DE CUANTÍA MÍNIMA EN LOSAS MACIZAS POR ARMADO DE FIBRAS METÁLICAS
3. EXCELS CON TABLAS DE CÁLCULO PARA CADA CASO ESTUDIADO EN EL TRABAJO



## ANEJO 1. DEDUCCIÓN DE LAS EXPRESIONES DE CÁLCULO DE HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL Y HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS

### 1. PROFUNDIDAD DE LA FIBRA NEUTRA EN HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS EN ESTADO LÍMITE ÚLTIMO

Partiendo de los datos de comportamiento definidos en el apartado 5 de este trabajo y en el anejo 14 de la EHE 08, deducimos la expresión de cálculo de la profundidad de la fibra neutra en ELU de flexión para hormigón armado con fibras:

Dominio 3:

$$y = 0,8x = \frac{4}{5} \cdot x \rightarrow x = \frac{5y}{4}$$

$$F_c = F_{ct} + F_s$$

$$F_{ct} = (h - x)bf_{ctR,d}$$

$$F_s = A_s f_{yd}$$

$$F_c = ybf_{cd}$$

- Equilibrio de fuerzas:

$$y \cdot b \cdot f_{cd} = \left(h - \frac{5y}{4}\right) \cdot b \cdot f_{ctR,d} + A_s \cdot f_{yd}$$

- Equilibrio de momentos:

$$M_d = F_{ct} \cdot z_{ct} + F_s \cdot z_s$$

$$z_{ct} = h - \frac{(h - x)}{2} - \frac{y}{2} = \frac{4h - y}{8}$$

$$z_s = \left(d - \frac{y}{2}\right)$$

$$M_d = F_{ct} \cdot \left(\frac{4h - y}{8}\right) + F_s \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right)$$

- Desarrollo de las ecuaciones de equilibrio:

$$\frac{M_d - F_{ct} \cdot z_{ct}}{z_s} = F_s$$

$$F_{ct} - F_c = F_s$$

$$M_d - F_{ct} \cdot z_{ct} + F_{ct} \cdot z_s - F_c \cdot z_{ct} = 0$$

$$M_d + F_{ct} \cdot (-z_{ct} + z_s) - F_c \cdot z_{ct} = 0$$

$$\begin{aligned}
 F_{ct} \cdot (-z_{ct} + z_s) &= \left(h - \frac{5y}{4}\right) b f_{ctR,d} \cdot \left(\left(d - \frac{y}{2}\right) - \left(\frac{4h - y}{8}\right)\right) \\
 &= \left[\frac{25}{32} b f_{ctR,d}\right] y^2 - \left[\frac{5}{4} b f_{ctR,d}\right] y + \left[\left(d - \frac{y}{2}\right) h b f_{ctR,d}\right] \\
 -F_c \cdot z_c &= y b f_{cd} \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right) = \frac{b f_{cd}}{2} y^2 - b d f_{cd} y
 \end{aligned}$$

- Ecuación final de segundo grado de la profundidad de la fibra neutra:

$$\begin{aligned}
 \left[\frac{b f_{cd}}{2} + \frac{25}{32} b f_{ctR,d}\right] y^2 + \left[-b d \left(f_{cd} + \frac{5}{4} b f_{ctR,d}\right)\right] y + \left[\left(d - \frac{h}{2}\right) h b f_{ctR,d} + M_d\right] &= 0 \\
 x &= \frac{y}{0,8}
 \end{aligned}$$

## 2. PROFUNDIDAD DE LA FIBRA NEUTRA EN HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL EN ESTADO LÍMITE DE SERVICIO

Antes de deducir las expresiones de cálculo para hormigón armado con fibra se ha hecho el desarrollo de las expresiones que define la normativa para hormigón armado convencional, de esta manera se sabrá de dónde partir a la hora de deducir las mismas expresiones adaptadas a piezas compuestas por HAF. Se ha de tener en cuenta que estos cálculos son para piezas rectangulares de HA que solo necesitan armadura de refuerzo en la cara traccionada. Los datos de comportamiento de donde se parte están definidos en el apartado 5 de este trabajo y en el anejo 8 de la EHE 08.

$$n = \frac{E_s}{E_c} \rho_1 = \frac{A_{s1}}{bd}$$

$$F_c = \frac{A_c \cdot \sigma_c}{2} \sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c A_c = b \cdot X$$

$$F_s = A_{SH} \cdot \sigma_{SH} A_{SH} = n \cdot A_s \sigma_{SH} = n \cdot \sigma_c \sigma_{SH} = n \cdot E_c \cdot \varepsilon_c$$

$$\frac{\sigma_c}{X} = \frac{\sigma_{SH}}{d - X} \frac{\sigma_c}{\sigma_{SH}} = \frac{X}{d - X}$$

$$F_c = F_s$$

$$\frac{A_c \cdot \sigma_c}{2} = A_{SH} \cdot \sigma_{SH}$$

$$\frac{X \cdot b}{2} \cdot E_c \cdot \varepsilon_c = n \cdot A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s$$

$$\frac{X \cdot b}{2 \cdot n \cdot A_s} = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} = \frac{\sigma_{SH}/E_s}{\sigma_c/E_c} = \frac{d - X}{X}$$

Ecuación de segundo grado:

$$b \cdot X^2 + 2nA_s \cdot X - 2nA_s d = 0$$

$$\frac{b}{2} \cdot X^2 + nA_s \cdot X - nA_s d = 0$$

$$X = \frac{-nA_s + \sqrt{n^2 A_s^2 + 2nA_s b d}}{2b}$$

$$bX = -nA_s + nA_s \sqrt{1 + \frac{2bd}{nA_s}}$$

Expresión final de la profundidad de la fibra neutra:

$$\frac{X}{d} = n \cdot \frac{A_s}{bd} \cdot \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n\rho_1}} \right)$$

### 3. PROFUNDIDAD DE LA FIBRA NEUTRA EN HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS EN ESTADO LÍMITE DE SERVICIO

Realizando el mismo procedimiento que para ELS de deformación en hormigón armado convencional y usando los datos de comportamiento definidos en el apartado 5 de este trabajo y en el anejo 14 de la EHE 08, resulta la siguiente expresión de cálculo:

- Equilibrio de fuerzas (ecuación 1):

$$F_c = F_{ct} + F_s$$

$$F_c = \frac{A_c \cdot \sigma_c}{2} A_c = X \cdot b$$

$$F_s = A_{SH} \cdot \sigma_{SH} A_{SH} = n \cdot A_s$$

$$F_{ct} = A_{ct} \cdot \sigma_{ct} A_{ct} = (h - X) \cdot b$$

$$\frac{A_c \cdot \sigma_c}{2} = A_{SH} \cdot \sigma_{SH} + A_{ct} \cdot \sigma_{ct}$$

$$\frac{Xb}{2} \cdot \sigma_c = n \cdot A_s \cdot \sigma_{SH} + b \cdot (h - X) \cdot \sigma_{ct}$$

- Equilibrio de tensiones (ecuación 2):

$$\frac{\sigma_c}{X} = \frac{\sigma_{SH}}{d - X} \sigma_c = \frac{X \cdot \sigma_{SH}}{d - X}$$

- Equilibrio de momentos (ecuación 3):

$$M = M_{ct} + M_{SH}$$

$$M_{SH} = \omega_{SH} \cdot \sigma_{SH} \omega_{SH} = A_{SH} \cdot z_{SH} = n \cdot A_s \cdot \left(d - \frac{X}{3}\right)$$

$$M_{ct} = \omega_{ct} \cdot \sigma_{ct} \omega_{ct} = A_{ct} \cdot z_{ct} = [(h - X) \cdot b] \cdot \left(\frac{h}{2} + \frac{X}{6}\right)$$

$$M = n \cdot A_s \cdot \left(d - \frac{X}{3}\right) \cdot \sigma_{SH} + [(h - X) \cdot b] \cdot \left(\frac{h}{2} + \frac{X}{6}\right) \cdot \sigma_{ct}$$

Aislado  $\sigma_{SH}$ :

$$\frac{M - [(h - X) \cdot b] \cdot \left(\frac{h}{2} + \frac{X}{6}\right) \cdot \sigma_{ct}}{n A_s \cdot \left(d - \frac{X}{3}\right)} = \sigma_{SH}$$

- Unión de ecuaciones 1 y 2:

$$\frac{Xb}{2} \cdot \frac{X \cdot \sigma_{SH}}{d - X} = b \cdot (h - X) \cdot \sigma_{ct} + n \cdot A_s \cdot \sigma_{SH}$$

$$\left( \frac{X^2 b}{2(d-X)} - n \cdot A_s \right) \cdot \sigma_{SH} - b \cdot (h-X) \cdot \sigma_{ct} = 0$$

- Unión final de ecuaciones 1, 2 y 3:

$$\left( \frac{X^2 b}{2(d-X)} - n \cdot A_s \right) \cdot \left( \frac{M - [(h-X) \cdot b] \cdot \left( \frac{h}{2} + \frac{X}{6} \right) \cdot \sigma_{ct}}{n A_s \cdot \left( d - \frac{X}{3} \right)} \right) - b \cdot (h-X) \cdot \sigma_{ct} = 0$$

$$\frac{[X^2 b - n \cdot A_s \cdot 2(d-X)] \cdot [M - (h-X) \cdot b \cdot \left( \frac{h}{2} + \frac{X}{6} \right) \cdot \sigma_{ct}]}{2(d-X) \cdot n \cdot A_s \cdot \left( d - \frac{X}{3} \right)} - b \cdot (h-X) \cdot \sigma_{ct} = 0$$

$$\begin{aligned} & mb \cdot X^2 + m2nA_s \cdot X - m2nA_s d \\ & - b\sigma_{ct} \cdot \left( -\frac{b}{6}X^4 - \frac{hb}{3}X^3 + \frac{bh^2}{2}X^2 + \frac{ndA_s}{3}X^2 + \frac{2ndA_s h}{3}X - ndA_s h^2 - \frac{nA_s}{3}X^3 - \frac{2nA_s h}{3}X^2 \right. \\ & \left. + A_s n h^2 \cdot X \right) - 2nA_s b\sigma_{ct} \cdot \left( \frac{h}{3}X^2 - \frac{4dh}{3} + hd^2 - \frac{1}{3}X^3 + \frac{4d}{3}X^2 - d^2 \cdot X \right) = 0 \end{aligned}$$

Ecuación final de cuarto para hallar la profundidad de la fibra neutra en estado de límite último:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{b^2 \sigma_{ct}}{6} \right] \cdot X^4 + \left[ \frac{b\sigma_{ct}}{3} \cdot (3A_s n + hb) \right] \cdot X^3 + \left[ b \left( m - A_s \sigma_{ct} n \left( \frac{bh^2}{2nA_s} + 3d \right) \right) \right] \cdot X^2 \\ & + \left[ 2nA_s \left( m - \frac{b\sigma_{ct}}{6} (-6dh + 3h^2 - 6d^2) \right) \right] \cdot X \\ & - \left[ 2ndA_s \cdot \left( m + b\sigma_{ct} \cdot \left( \frac{-h^2}{2} + dh \right) \right) \right] = 0 \end{aligned}$$



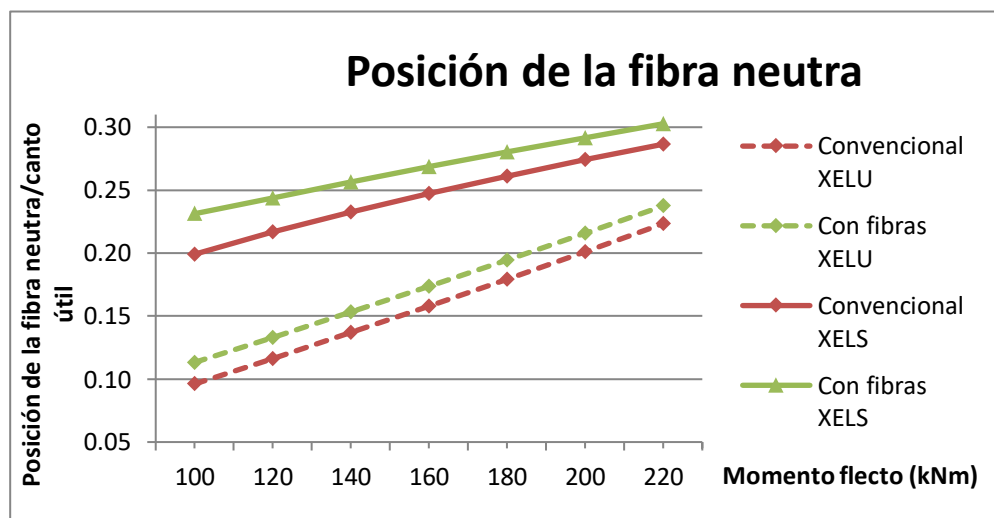
## ANEJO 2. COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO ENTRE EL HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL Y EL HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS

Una vez deducidas las expresiones de cálculo para hallar la posición de la fibra neutra en hormigón armado convencional y hormigón armado con fibras, se ha hecho un pequeño estudio del comportamiento mecánico entre estos dos materiales. Se han analizado dos piezas con la misma sección de 1000x300 mm y de recubrimiento 40mm con hormigón de  $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$ : una armada con barras de acero de  $f_y = 500 \text{ N/mm}^2$ , la otra igual pero con hormigón armado con fibras de  $f_{R,3,d} = 2 \text{ N/mm}^2$ . Estas dos secciones se han sometido a diferentes momentos flectores y se han extraído las siguientes relaciones entre posición de la fibra neutra y canto útil:

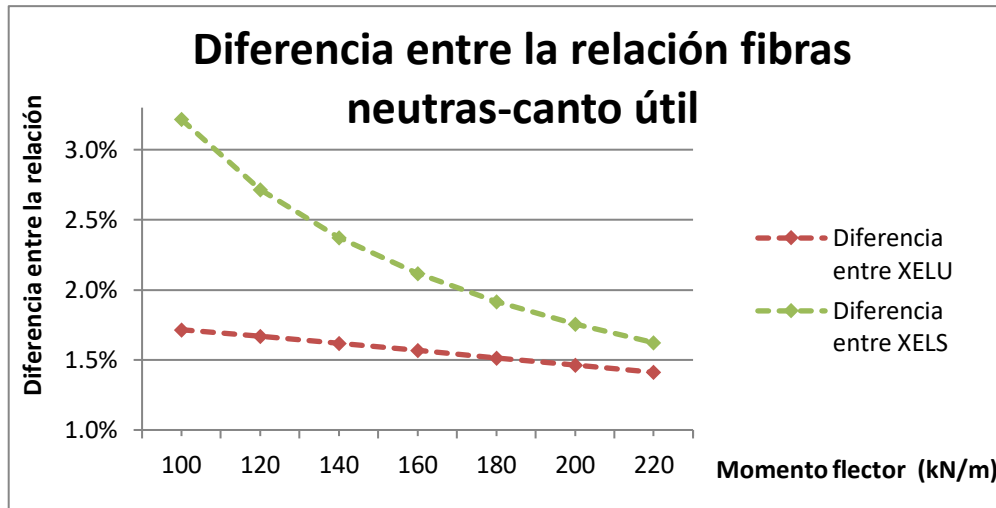
Momento (kNm)	Posición de la fibra neutra					
	Convencional $X_{ELU}$	Con fibras $X_{ELU}$	Convencional $X_{ELS}$	Con fibras $X_{ELS}$	Diferencia entre $X_{ELU}$	Diferencia entre $X_{ELS}$
100	0,10	0,11	0,20	0,23	0,017	0,032
120	0,12	0,13	0,22	0,24	0,017	0,027
140	0,14	0,15	0,23	0,26	0,016	0,024
160	0,16	0,17	0,25	0,27	0,016	0,021
180	0,18	0,19	0,26	0,28	0,015	0,019
200	0,20	0,22	0,27	0,29	0,015	0,018
220	0,22	0,24	0,29	0,30	0,014	0,016

Tabla A2.1 Relación entre profundidad de la fibra neutra y canto útil en función del momento flector al que se someten las piezas de hormigón armado convencional y hormigón

En la tabla A2.1 se puede ver como la fibra neutra de la sección de hormigón armado con fibras siempre se mantiene por debajo de la fibra neutra de la de sección de hormigón armado convencional (gráfica A2.2). La diferencia entre las fibras neutras de HAF y HA es menor a medida que va aumentando el momento flector pero sin variar mucho, entre 1,4% y 1,7% de disminución de  $X/d$  en ELU de flexión y, entre un 1,6% y un 3,2%, en ELS de deformación (gráfica A2.3). Estas conclusiones son más perceptibles en las gráficas siguientes (correspondientes a la tabla anterior):

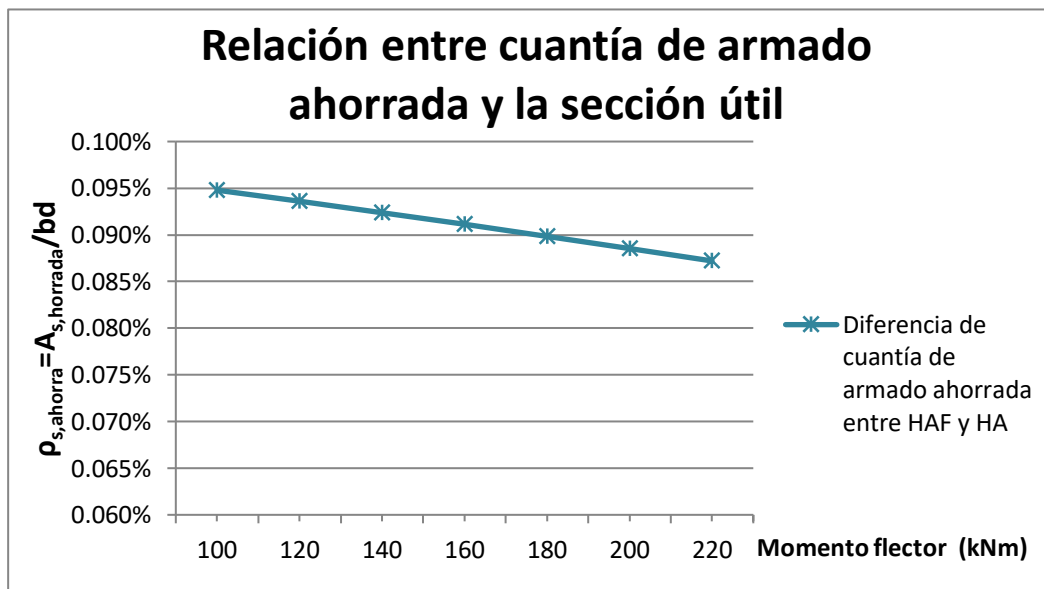


Gráfica A2.2 Relación entre profundidad de la fibra neutra y canto útil en función del momento flector al que se someten las piezas de hormigón armado convencional y hormigón armado con fibras



Gráfica A2.3 Diferencia entre la relación entre profundidad de la fibra neutra y canto útil en función del momento flector al que se someten las piezas de hormigón armado convencional y hormigón armado con fibras

Para estos mismos casos se ha analizado la cuantía de armado ahorrada en relación a la sección útil, y el resultado es muy constante, siempre ronda el 0,9 ‰, aunque con tendencia a descender paulatinamente a medida que el momento flector va aumentando (gráfica A2.4). La cuantía de acero ahorrada en las piezas de hormigón armado con fibras respecto a las de hormigón armado convencional es casi constante en relación a la sección útil. Esto se debe a que el área ahorrada es proporcional al área del hormigón armado con fibras sometida a tracción, es decir, el área que queda por debajo de la fibra neutra.



Gráfica A2.4 Relación entre la cuantía de armado ahorrada y la sección útil en función del momento flector al que se someten las piezas de hormigón armado convencional y hormigón armado con fibras



### ANEJO 3. TABLAS MODELO DE CÁLCULO PARA HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL Y HORMIGÓN ARMADO CON FIBRAS UTILIZADAS EN EL ESTUDIO

#### 1. TABLAS PARA HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL

ACERO	B-500S	SECCIÓN RECTANGULAR EMPOTRADA - EMPOTRADA
HORMIGÓN	HA-30/B/20/IIb	

Descripción	Símbolo	Valor	Unidades	Fórmula
Longitud de la viga	L	6.000,00	mm	-
Canto total de la viga	h	173,00	mm	-
Base de la sección de la viga	b	1.000,00	mm	-
Recubrimiento inferior hasta el armado a flexión	d'	40,00	mm	-
Canto útil de la viga	d	133,00	mm	$b=h-b'$
Resistencia característica acero	$f_{yk}$	500	N/mm <sup>2</sup>	-
Coeficiente de seguridad del acero	$\gamma_s$	1,15	-	-
Resistencia de cálculo acero	$f_{yd}$	434,78	N/mm <sup>2</sup>	$f_{yd}=f_{yk}/\gamma_s$
Resistencia característica hormigón	$f_{ck}$	30	N/mm <sup>2</sup>	-
Coeficiente de seguridad del hormigón	$\gamma_c$	1,50	-	-
Resistencia característica hormigón	$f_{cd}$	20	Nmm <sup>2</sup>	$f_{cd}=f_{ck}/\gamma_c$
Acciones <b>mayoradas</b> sobre la losa	$q_d$	17,63	N/mm	$(CP*1,5)+(PP*1,35)$
Acciones <b>sin mayorar</b> sobre la losa	$q_k$	12,50		CP+PP

ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE FLEXIÓN				
Momento máximo de solicitación con una redistribución plástica del 15% (ELU)	$M_{d,izquierdo}$	4,49E+07	Nmm	$M_{d,izquierdo}=(q*L^2)/12*(1-0,15)$
	$M_{d,centro}$	3,44E+07	Nmm	$M_{d,centro}=(q*L^2)/24+(0,15*(q*L^2)/12)$
	$M_{d,derecho}$	4,49E+07	Nmm	$M_{d,derecho}=(q*L^2)/12*(1-0,15)$
Esfuerzos que resiste el hormigón a compresión	$F_{c,izq}$	3,63E+05	N	$F_{c,izq}=f_{cd}*b*\gamma_{izq}$
	$F_{c,c}$	2,72E+05	N	$F_{c,c}=f_{cd}*b*\gamma_{centro}$
	$F_{c,der}$	3,63E+05	N	$F_{c,der}=f_{cd}*b*\gamma_{der}$
Momento límite que soporta el hormigón	$M_{lím}$	1,32E+08	Nmm	$M_{lím}=F_c*z_{lím}$

Posición del eje neutro en Dominio 3	$x_{izq}$	22,67	mm	$x=y/0,8$
	$x_{centro}$	17,02		
	$x_{der}$	22,67		
Posición del eje neutro límite	$x_{lim}$	82,04	mm	$x_{lim}=d/(1+(f_{yd}/700))$
Posición del eje neutro (simplificada)	$y_{izq}$	18,13	mm	$y_{izq}=(d*(1-((1-((2*M_{d,izq})/(fcd*b*(d^2)))^(1/2))))$
	$y_{centro}$	13,62	mm	$y_{centro}=(d*(1-((1-((2*M_{d,c})/(fcd*b*(d^2)))^(1/2))))$
	$y_{der}$	18,13	mm	$y_{der}=(d*(1-((1-((2*M_{d,der})/(fcd*b*(d^2)))^(1/2))))$
Posición del eje neutro límite (simplificada)	$y_{lim}$	65,63	mm	$y_{lim}=x_{lim}*0,8$
Brazo de palanca	$z_{lim}$	100,18	mm	$z_{lim}=d-(y_{lim}/2)$

	Extremo izquierdo	Centro del vano	Extremo derecho
¿Es necesario armadura a compresión?	NO	NO	NO
¿Por qué?	$M_{d,máx} < M_{lim}$		

NO ES NECESARIO ARMADURA A COMPRESIÓN				
Esfuerzos que resiste el acero a flexión (par de momentos junto con el esfuerzo a compresión del hormigón)	$F_{A1,izq}$	3,63E+05	Nmm	$F_{A1,izq}=F_{c,izq}$
	$F_{A1,c}$	2,72E+05	Nmm	$F_{A1,c}=F_{c,c}$
	$F_{A1,der}$	3,63E+05	Nmm	$F_{A1,der}=F_{c,der}$
Área total de armado necesario a tracción	$A_{S1,izq}$	834,08	mm <sup>2</sup>	$A_{S1,izq}=F_{A1,izq}/f_{yd}$
	$A_{S1,c}$	626,42		$A_{S1,c}=F_{A1,c}/f_{yd}$
	$A_{S1,der}$	834,08		$A_{S1,der}=F_{A1,der}/f_{yd}$

Cuantía mínima de la cara comprimida	$\omega_c$	30	%	Mínimo un 30 % de la arm. traccionada
		71,86	mm <sup>2</sup>	$\omega_c = 0,3 * \rho_{geo,t}$
Cuantía mínima de la cara traccionada	$\omega_t$	100	%	-
		318,32	mm <sup>2</sup>	$\omega_t = \max((1,8/1000bh); (0,04bh f_{cd}/f_{yd}))$

ESTADO LÍMITE DE SERVICIO DE DEFORMACIÓN				
Resistencia media a compresión en 28 días	$f_{cm}$	38,00	Nmm <sup>2</sup>	$f_{cm}=F_{ck}+8$
Módulo de deformación longitudinal del hormigón secante a 28 días	$E_{cm}$	2,86E+04	N/mm <sup>2</sup>	$E_{cm}=8500*((f_{cm})^{(1/3)})$
Módulo de deformación longitudinal del acero	$E_s$	2,00E+05	N/mm <sup>2</sup>	-
Relación entre el módulo de deformación longitudinal del acero y el del hormigón	$n$	7,00	-	$n=E_s/E_c$
Cuantía de acero a tracción	$\rho_{1,izq}$	0,0063	-	$\rho_1=A_{s1}/bd$
	$\rho_{1,centro}$	0,0047		
	$\rho_{1,der}$	0,0063		
Profundidad relativa de la fibra neutra (Art. 2.2 anejo 8 EHE 08)	$X_{izq}$	34,00	mm	$X = (n*\rho_1*(1+(\rho_2/\rho_1))*(-1+((1+(2*(1+(\rho_2*d'))/(\rho_1*d))))/(n*\rho_1*((1+\rho_2/\rho_1)^2))^{(1/2))})*d$
	$X_c$	30,05		
	$X_{der}$	34,00		

Módulo resistente de la sección bruta respecto a la fibra extrema en tracción	$W_b$	4,99E+06	mm <sup>3</sup>	$W_b=(b*(h^3))/6$
Resistencia media a tracción	$f_{ct,m}$	2,90	N/mm <sup>2</sup>	$f_{ct,m}=(0,58*(f_{ck}^{(1/2)}))$
Resistencia media a flexotracción	$f_{ct,m,fl}$	4,13	N/mm <sup>2</sup>	$f_{ct,m,fl}=\text{MAX}(((1,6-(h/1000))*f_{ct,m}); f_{ct,m})$
Momento nominal de fisuración	$M_f$	2,06E+07	Nmm	$M_f=W_b*f_{ct,m,fl}$
Momento máximo de solicitación sin redistribución (ELS)	$M_{d,izquierdo}$	5,29E+07	Nmm	$M_{d,izquierdo}=(q*L^2)/12$
	$M_{d,centro}$	2,64E+07	Nmm	$M_{d,centro}=(q*L^2)/24$
	$M_{d,derecho}$	5,29E+07	Nmm	$M_{d,derecho}=(q*L^2)/12$
Inercia fisurada	$I_{f,izq}$	7,03E+07	mm <sup>4</sup>	$I_f=((n*A_{s1})*(d-X)*(d-(X/3)))+(n*A_{s2})*(X-d')*((X/3)-d'))$
	$I_{f,c}$	5,55E+07		
	$I_{f,der}$	7,03E+07		
Inercia bruta	$I_b$	4,31E+08	mm <sup>4</sup>	$I_b=(b*(h^3))/12$
Inercia equivalente de la sección	$I_{e,izq}$	9,17E+07	mm <sup>4</sup>	$I_e=((M_f/M_a)^3*I_b)+((1-((M_f/M_a)^3))*I_f)<I_b$
	$I_{e,c}$	2,34E+08		
	$I_{e,der}$	9,17E+07		
Inercia media equivalente de toda la sección	$I_e$	1,63E+08	mm <sup>4</sup>	$I_e=0,5*I_{e,izq}+0,25*I_{e,c}+0,25*I_{e,der}$
Relación entre la Inercia equivalente y la Inercia bruta	$\alpha$	0,38	-	$\alpha=I_e/I_b$

<b>Flecha instantánea</b>	<b><math>f_{inst}</math></b>	<b>9,07</b>	<b>mm</b>	<b><math>f_{inst}=(1/384)*((q*(L^4))/(E_{cm}*I_e))</math></b>
<b>Flecha activa</b>	<b><math>f_{activa}</math></b>	<b>14,51</b>	<b>mm</b>	<b><math>f_{activa}=1,6*f_{inst}</math></b>
<b>Flecha total</b>	<b><math>f_{total}</math></b>	<b>19,95</b>	<b>mm</b>	<b><math>f_{total}=2,2*f_{inst}</math></b>
<b>Flecha activa admisible</b>	<b><math>f_{activa,adm}</math></b>	<b>15,00</b>	<b>mm</b>	<b><math>f_{activa,adm}=L/400</math></b>
<b>Flecha total admisible</b>	<b><math>f_{total,adm}</math></b>	<b>24,00</b>	<b>mm</b>	<b><math>f_{total}=L/250</math></b>

**CUMPLE  $f_{activa,adm} > f_{act}$**

## 2. TABLAS PARA HORMIGÓN ARMADO CON FIBRA

<b>ACERO</b>	<b>B-500S</b>	<b>SECCIÓN RECTANGULAR EMPOTRADA - EMPOTRADA</b>
<b>HORMIGÓN</b>	<b>HAF-30/A-2,1; A- 2/F/20-60/IIb</b>	

Descripción	Símbolo	Valor	Unidades	Fórmula
Longitud de la viga	L	6.000,00	mm	-
Canto total de la viga	h	172,00	mm	-
Base de la sección de la viga	b	1.000,00	mm	-
Recubrimiento inferior hasta el armado a flexión	d'	40,00	mm	-
Canto útil de la viga	d	132,00	mm	$b=h-b'$
Resistencia característica acero	$f_{yk}$	500	N/mm <sup>2</sup>	-
Coeficiente de seguridad del acero	$\gamma_s$	1,15	-	-
Resistencia de cálculo acero	$f_{yd}$	434,78	N/mm <sup>2</sup>	$f_{yd}=f_{yk}/\gamma_s$
Resistencia característica hormigón	$f_{ck}$	30,00	N/mm <sup>2</sup>	-
Coeficiente de seguridad del hormigón	$\gamma_c$	1,50	-	-
Resistencia característica hormigón	$f_{cd}$	20,00	Nmm <sup>2</sup>	$f_{cd}=f_{ck}/\gamma_c$
Resistencia residual a flexotracción característico del hormigón	$f_{R,1,k}$	3,15	Nmm <sup>2</sup>	-
	$f_{R,3,k}$	3,00		-
Resistencia residual a flexotracción de cálculo del hormigón	$f_{R,1,d}$	2,10	Nmm <sup>2</sup>	-
	$f_{R,3,d}$	2,00		-
Resistencia residual a tracción de cálculo hormigón	$f_{ctR,d}$	0,66	Nmm <sup>2</sup>	$f_{ctR,d}=0,33*f_{R,3,d}$
Acciones <b>mayoradas</b> sobre la losa	$q_d$	17,63	N/mm	-
Acciones <b>sin mayorar</b> sobre la losa	$q_k$	12,50		-

ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE FLEXIÓN				
Momento máximo de sollicitación con una redistribución plástica del 15% (ELU)	M <sub>d,izquierdo</sub>	4,49E+07	Nmm	$M_{d,izquierdo}=(q \cdot L^2)/12 \cdot (1-0,15)$
	M <sub>d,centro</sub>	3,44E+07	Nmm	$M_{d,centro}=(q \cdot L^2)/24+(0,15 \cdot (q \cdot L^2)/12)$
	M <sub>d,derecho</sub>	4,49E+07	Nmm	$M_{d,derecho}=(q \cdot L^2)/12 \cdot (1-0,15)$
Esfuerzos que resiste el hormigón a compresión	F <sub>c,izq</sub>	3,95E+05	N	$F_{c,izq}=f_{cd} \cdot b \cdot y_{izq}$
	F <sub>c,c</sub>	3,06E+05		$F_{c,c}=f_{cd} \cdot b \cdot y_{centro}$
	F <sub>c,der</sub>	3,95E+05		$F_{c,der}=f_{ctR,d} \cdot b \cdot y_{der}$
Esfuerzos que resiste el hormigón con fibras a tracción	F <sub>f,izq</sub>	9,72E+04	N	$F_{f,izq}=f_{ctR,d} \cdot b \cdot (h-x_{izq})$
	F <sub>f,c</sub>	1,01E+05		$F_{f,c}=f_{ctR,d} \cdot b \cdot (h-x_{centro})$
	F <sub>f,der</sub>	9,72E+04		$F_{f,der}=f_{ctR,d} \cdot b \cdot (h-x_{der})$
Momento límite que soporta el hormigón	M <sub>lím</sub>	1,30E+08	Nmm	$M_{lím}=F_c \cdot z_{lím}$
Posición del eje neutro en Dominio 3	x <sub>izq</sub>	24,67	mm	$x=y/0,8$
	x <sub>centro</sub>	19,12		
	x <sub>der</sub>	24,67		
Posición del eje neutro límite	x <sub>lím</sub>	81,43	mm	$x_{lím}=d/(1+(f_{yd}/700))$
Posición del eje neutro	y <sub>izq</sub>	19,74	mm	Ecuación deducida de 2º del anejo 1
	y <sub>centro</sub>	15,30		
	y <sub>der</sub>	19,74		
Posición del eje neutro límite (simplificada)	y <sub>lím</sub>	65,14	mm	$y_{lím}=x_{lím} \cdot 0,8$
Brazo de palanca en relación a la fuerza que ejerce el hormigón	z <sub>lím</sub>	99,43	mm	$z_{lím}=d-(y_{lím}/2)$

	Extremo izquierdo	Centro del vano	Extremo derecho
¿Es necesario armadura a compresión?	NO	NO	NO
¿Por qué?	Md,máx < Mlím		

NO ES NECESARIO ARMADURA A COMPRESIÓN				
Esfuerzos que resiste el acero a flexión (par de momentos junto con el esfuerzo a compresión del hormigón)	$F_{A1,izq}$	2,98E+05	Nmm	$F_{A1,izq}=F_{c,izq}$
	$F_{A1,c}$	2,05E+05		$F_{A1,c}=F_{c,c}$
	$F_{A1,der}$	2,98E+05		$F_{A1,der}=F_{c,der}$
Área total de armado necesario a tracción	$A_{S1,izq}$	684,40	mm <sup>2</sup>	$A_{S1,izq}=F_{A1,izq}/f_{yd}$
	$A_{S1,c}$	471,62		$A_{S1,c}=F_{A1,c}/f_{yd}$
	$A_{S1,der}$	684,40		$A_{S1,der}=F_{A1,der}/f_{yd}$

Cuantía mínima de la cara comprimida	$\rho_{geo,c}$	30	%	Mínimo un 30 % de la arm. traccionada
		71,45	mm <sup>2</sup>	$\rho_{geo,c} = 0,3 * \rho_{geo,t}$
Cuantía mínima de la cara traccionada	$\rho_{geo,t}$	100	%	-
		238,15	mm <sup>2</sup>	$\omega t = \max((1,8/1000 b h); (0,027 b h f_{cd}/f_{yd}))$

ESTADO LÍMITE DE SERVICIO DE DEFORMACIÓN				
Resistencia media a compresión en 28 días	$f_{cm}$	38,00	Nmm <sup>2</sup>	$f_{cm}=F_{ck}+8$
Módulo de deformación longitudinal del hormigón secante a 28 días	$E_{cm}$	2,86E+04	N/mm <sup>2</sup>	$E_{cm}=8500*((f_{cm})^{(1/3)})$
Módulo de deformación longitudinal del acero	$E_s$	2,00E+05	N/mm <sup>2</sup>	-
Relación entre el módulo de deformación longitudinal del acero y el del hormigón	n	7,00	-	$n=E_s/E_c$
Cuantía de acero a tracción	$\rho_{1,izq}$	0,0052	-	$\rho_1=A_{S1}/bd$
	$\rho_{1,centro}$	0,0036		
	$\rho_{1,der}$	0,0052		
Profundidad relativa de la fibra neutra	$X_{izq}$	35,90	mm	Ecuación deducida de 4º del anejo 1
	$X_c$	36,68		
	$X_{der}$	35,90		

Resistencia media a tracción	$f_{ct,m}$	2,90	N/mm <sup>2</sup>	$f_{ct,m}=(0,58*(f_{ck}^{(1/2)}))$
Resistencia media a flexotracción	$f_{ct,m,fl}$	4,14	N/mm <sup>2</sup>	$f_{ct,m,fl}=MAX(((1,6-(h/1000))*f_{ct,m}); f_{ct,m})$
Módulo resistente de la sección bruta respecto a la fibra extrema en tracción	$W_b$	4,93E+06	mm <sup>3</sup>	$W_b=(b*(h^3))/6$
Momento nominal de fisuración	$M_f$	2,04E+07	Nmm	$M_f=W_b*f_{ct,m,fl}$
Momento máximo de sollicitación sin redistribución (ELS)	$M_{d,izquierdo}$	5,29E+07	Nmm	$M_{d,izquierdo}=(q*L^2)/12$
	$M_{d,centro}$	2,64E+07		$M_{d,centro}=(q*L^2)/24$
	$M_{d,derecho}$	5,29E+07		$M_{d,derecho}=(q*L^2)/12$
Resistencia a compresión del hormigón	$\sigma_{c,i}$	17,53	N/mm <sup>2</sup>	$\sigma_c=X*\sigma_{SH}/(d-X)$
	$\sigma_{c,c}$	9,15		
	$\sigma_{c,d}$	17,53		
Resistencia residual a flexotracción del hormigón con fibras	$\sigma_{ctr,d}$	0,66	N/mm <sup>2</sup>	-
Resistencia a tracción del acero equiparándolo al hormigón convencional	$\sigma_{SH,i}$	46,94	Nmm	$\sigma_{SH}=(M_{d,ELS}-((h-X)*b)*(h/2+X/6)*\sigma_{ct})/(n*As*(d-X/3))$
	$\sigma_{SH,c}$	23,77		
	$\sigma_{SH,d}$	46,94		
Inercia fisurada	$I_{f,izq}$	7,22E+07	mm <sup>4</sup>	$I_f=M_{d,ELS}*X/\sigma_c$
	$I_{f,c}$	7,07E+07		
	$I_{f,der}$	7,22E+07		
Inercia bruta	$I_b$	4,24E+08	mm <sup>4</sup>	$I_b=(b*(h^3))/12$
Inercia equivalente de la sección	$I_{e,izq}$	9,24E+07	mm <sup>4</sup>	$I_e=((M_f/M_a)^3*I_b)+((1-((M_f/M_a)^3))*I_f)<I_b$
	$I_{e,c}$	2,33E+08		
	$I_{e,der}$	9,24E+07		
Inercia media equivalente de toda la sección	$I_e$	1,63E+08	mm <sup>4</sup>	$I_e=0,5*I_{e,izq}+0,25*I_{e,c}+0,25*I_{e,der}$
Relación entre la Inercia equivalente y la Inercia bruta	$\alpha$	0,38	-	$\alpha=I_e/I_b$



Flecha instantánea	$f_{inst}$	9,08	mm	$f_{inst}=(1/384)*((q*(L^4))/(E_{cm}*I_e))$
Flecha activa	$f_{activa}$	14,52	mm	$f_{activa}=1,6*f_{inst}$
Flecha total	$f_{total}$	19,97	mm	$f_{total}=2,2*f_{inst}$
<b>Flecha activa admisible</b>	$f_{activa,adm}$	15,00	mm	$f_{activa,adm}=L/400$
<b>Flecha total admisible</b>	$f_{total,adm}$	24,00	mm	$f_{total}=L/250$

**CUMPLE  $f_{activa,adm} > f_{act}$**

## ANEJO 4. TABLAS DE RESULTADOS

### 1. CONDICIÓN DE BIEMPOTRAMIENTO

#### 1.1 ESTADO DE CARGAS 2,5

h (cm)	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	25,0	15,6	15,5
7	29,2	18,3	18,2
8	33,4	21,0	20,8
9	37,5	23,7	23,5
10	41,7	26,4	26,2

Tabla A2.1 Cuadro resumen de cantos de forjados (h) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,250	0,156	0,155
7	0,292	0,183	0,182
8	0,334	0,210	0,208
9	0,375	0,237	0,235
10	0,417	0,264	0,262

Tabla A2.2 Cuadro resumen de consumo de hormigón (m<sup>3</sup> hormigón/m<sup>2</sup>) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

kg <sub>acero</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	6,42	4,05	8,59	5,83
7	7,09	4,73	9,10	6,29
8	7,81	5,42	9,71	6,99
9	8,54	6,08	10,38	7,58
10	9,32	6,76	11,08	8,18

Tabla A2.3 Cuadro resumen de consumo de armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

$\alpha=l_e/l_b$	Carga 2,5 N/mm			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,97	0,97	0,40	0,41
7	0,94	0,94	0,40	0,41
8	0,90	0,91	0,40	0,40
9	0,86	0,88	0,39	0,40
10	0,84	0,85	0,38	0,39

Tabla A2.4 Cuadro resumen de los valores del coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

L/h	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	24,00	38,46	38,71
7	24,00	38,25	38,46
8	24,00	38,10	38,46
9	24,00	37,97	38,30
10	24,00	37,88	38,17

Tabla A2.5 Cuadro resumen de relaciones luz – canto (L/h) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

€/m <sup>2</sup>	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	62,23	59,91	55,87	52,59
7	67,30	65,13	59,24	56,07
8	72,43	70,36	62,73	59,58
9	77,47	75,46	66,30	63,14
10	82,67	80,68	69,92	66,73

Tabla A2.6 Cuadro resumen de coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

% Ahorro	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	3,73%	5,87%
7	3,22%	5,35%
8	2,86%	5,02%
9	2,59%	4,77%
10	2,41%	4,56%

Tabla A2.7 Cuadro resumen del porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

kgCO <sub>2</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	90,15	99,25	70,64	72,08
7	103,86	115,71	79,69	83,06
8	117,71	132,18	89,03	93,77
9	131,31	148,25	98,55	104,81
10	145,32	164,72	108,18	115,89

Tabla A2.8 Cuadro resumen de las emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

% Incremento	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	10,09%	2,04%
7	11,41%	4,23%
8	12,29%	5,32%
9	12,90%	6,35%
10	13,35%	7,13%

Tabla A2.9 Cuadro resumen del porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

MJ/m <sup>2</sup>	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	644,83	783,10	581,71	617,25
7	734,95	911,73	642,67	703,00
8	826,83	1040,37	707,17	790,85
9	917,57	1165,95	777,86	879,19
10	1011,44	1294,58	842,01	968,12

Tabla A2.10 Cuadro resumen del consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

% Incremento	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	21,44%	6,11%
7	24,05%	9,39%
8	25,83%	11,83%
9	27,07%	13,03%
10	27,99%	14,98%

Tabla A2.11 Cuadro resumen del porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

## 1.2 ESTADO DE CARGAS 5

h (cm)	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma	Optimizado	
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	25,0	17,3	17,2
7	29,2	20,2	20,1
8	33,4	23,2	23,0
9	37,5	26,2	26,0
10	41,7	29,2	29,0

Tabla A2.12 Cuadro resumen de cantos de forjados (h) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>	Carga 5N/mm <sup>2</sup>		
	Norma	Optimizado	
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,250	0,173	0,172
7	0,292	0,202	0,201
8	0,334	0,232	0,230
9	0,375	0,262	0,260
10	0,417	0,292	0,290

Tabla A2.13 Cuadro resumen de consumo de hormigón (m<sup>3</sup> hormigón/m<sup>2</sup>) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

kg <sub>acero</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 5N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	6,66	4,05	9,36	6,50
7	7,28	4,73	10,07	7,21
8	7,95	5,42	10,80	7,94
9	8,65	6,08	11,59	8,63
10	9,38	6,76	12,41	9,33

Tabla A2.14.1 Cuadro resumen de consumo de armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

$\rho_{s,ahorro}$	Sobrecarga 5 N/mm <sup>2</sup>		$\rho_{s,ahorro}$	Sobrecarga 5 N/mm <sup>2</sup>	
Canto útil	E-A Norma	E-E Norma	Canto útil	E-A Optimizado	E-E Optimizado
210	0,0017	0,0010	162	0,0017	0,0017
252	0,0016	0,0010	196	0,0016	0,0016
294	0,0015	0,0010	231	0,0016	0,0015
335	0,0015	0,0010	266	0,0015	0,0014
377	0,0014	0,0010	301	0,0015	0,0014

Tabla A2.14.2 Relación entre cuantía de armadura ahorrada y sección útil ( $\rho_{s,ahorrada}=A_{s,ahorrada}/bd$ ) para forjados unidireccionales con canto de la norma en función del canto útil para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

$\alpha=l_e/l_b$	Carga 5N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,75	0,76	0,38	0,38
7	0,74	0,74	0,37	0,38
8	0,72	0,72	0,37	0,37
9	0,70	0,71	0,36	0,37
10	0,69	0,69	0,35	0,36

Tabla A2.15 Cuadro resumen de los valores del coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

L/h	Carga 5N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	24,00	34,68	34,88
7	24,00	34,65	34,83
8	24,00	34,48	34,78
9	24,00	34,35	34,62
10	24,00	34,25	34,48

Tabla A2.16 Cuadro resumen de relaciones luz – canto (L/h) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

$\epsilon/m^2$	Carga 5N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	62,56	59,91	58,59	55,23
7	67,55	65,13	62,42	59,16
8	72,61	70,36	66,38	63,12
9	77,61	75,46	70,41	67,12
10	82,75	80,68	74,49	71,15

Tabla A2.17 Cuadro resumen de relaciones luz – canto (L/h) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

% Ahorro	Carga 5N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	4,24%	5,73%
7	3,58%	5,22%
8	3,10%	4,91%
9	2,77%	4,67%
10	2,50%	4,48%

Tabla A2.18 Cuadro resumen del porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

kgCO <sub>2</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 5N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	90,88	99,25	77,69	79,93
7	104,42	115,71	87,89	92,02
8	118,12	132,18	98,44	104,19
9	131,64	148,25	109,16	116,56
10	145,51	164,72	120,00	128,98

Tabla A2.19 Cuadro resumen de las emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

% Incremento	Carga 5N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	9,21%	2,88%
7	10,81%	4,70%
8	11,90%	5,84%
9	12,62%	6,78%
10	13,20%	7,48%

Tabla A2.20 Cuadro resumen del porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

MJ/m <sup>2</sup>	Carga 5N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	653,80	783,10	636,82	684,03
7	741,89	911,73	708,25	781,74
8	831,90	1040,37	782,05	880,53
9	888,45	1068,39	857,99	980,02
10	1013,79	1294,58	935,37	1080,11

Tabla A2.21 Cuadro resumen del consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

% Incremento	Carga 5N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	19,78%	7,41%
7	22,89%	10,38%
8	25,06%	12,59%
9	20,25%	14,22%
10	27,70%	15,47%

Tabla A2.22 Cuadro resumen del porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



### 1.3 ESTADO DE CARGAS 7,5

h (cm)	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma	Optimizado	
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	25,0	18,70	18,60
7	29,2	21,90	21,70
8	33,4	25,10	24,90
9	37,5	28,40	28,10
10	41,7	31,70	31,40

Tabla A2.23 Cuadro resumen de cantos de forjados (h) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma	Optimizado	
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,250	0,187	0,186
7	0,292	0,219	0,217
8	0,334	0,251	0,249
9	0,375	0,284	0,281
10	0,417	0,317	0,314

Tabla A2.24 Cuadro resumen de consumo de hormigón (m<sup>3</sup> hormigón/m<sup>2</sup>) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

kg <sub>acero</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	92,78	100,13	83,94	86,84
7	106,42	116,50	95,25	100,03
8	120,35	132,89	106,81	113,43
9	134,11	148,96	118,64	126,89
10	148,22	165,35	130,60	140,55

Tabla A2.25 Cuadro resumen de consumo de armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

$\alpha = l_e / l_b$	Carga 7,5N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,67	0,67	0,35	0,36
7	0,66	0,66	0,35	0,36
8	0,65	0,66	0,34	0,35
9	0,64	0,65	0,34	0,35
10	0,64	0,64	0,33	0,34

Tabla A2.26 Cuadro resumen de los valores del coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

L/h	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF	EHE 08	HA Optimizado
6	24,00		32,09
7	24,00		31,96
8	24,00		31,87
9	24,00		31,69
10	24,00		31,55

Tabla A2.27 Cuadro resumen de relaciones luz – canto (L/h) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

€/m <sup>2</sup>	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	63,41	60,30	61,03	57,61
7	68,44	65,49	65,28	61,92
8	73,60	70,67	69,63	66,28
9	78,72	75,77	74,09	70,67
10	83,96	80,96	78,59	75,10

Tabla A2.29 Cuadro resumen del coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

% Ahorro	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF	EHE 08
6	4,90%	5,60%
7	4,31%	5,15%
8	3,98%	4,81%
9	3,75%	4,62%
10	3,57%	4,44%

Tabla A2.30 Cuadro resumen del porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

kgCO <sub>2</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	92,78	100,13	83,94	86,84
7	106,42	116,50	95,25	100,03
8	120,35	132,89	106,81	113,43
9	134,11	148,96	118,64	126,89
10	148,22	165,35	130,60	140,55

Tabla A2.31 Cuadro resumen de las emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

% Incremento	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	7,92%	3,45%
7	9,47%	5,02%
8	10,42%	6,20%
9	11,07%	6,95%
10	11,56%	7,62%

*Tabla A2.32 Cuadro resumen del porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>*

MJ/m <sup>2</sup>	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	677,47	794,06	687,76	744,61
7	766,68	921,53	767,22	852,42
8	859,58	1049,14	849,77	961,05
9	952,36	1174,73	933,77	1070,42
10	1047,43	1302,46	1019,29	1180,44

*Tabla A2.33 Cuadro resumen del consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>*

% Incremento	Carga 7,5N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	12,94%	7,43%
7	15,76%	10,24%
8	17,74%	12,20%
9	19,13%	13,71%
10	20,22%	14,86%

*Tabla A2.34 Cuadro resumen del porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>*

## 2. CONDICIÓN DE EMPOTRADO-ARTICULADO

### 2.1 ESTADO DE CARGAS 2,5

h (cm)	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma	Optimizado	
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	25,0	18,4	18,3
7	29,2	21,6	21,4
8	33,4	24,7	24,5
9	37,5	27,9	27,7
10	41,7	31,2	30,9

Tabla A2.35 Cuadro resumen de cantos de forjados (h) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma	Optimizado	
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,250	0,184	0,183
7	0,292	0,216	0,214
8	0,334	0,247	0,245
9	0,375	0,279	0,277
10	0,417	0,312	0,309

Tabla A2.36 Cuadro resumen de consumo de hormigón (m<sup>3</sup> hormigón/m<sup>2</sup>) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

kg <sub>acero</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	6,49	3,72	8,95	5,97
7	7,11	4,31	9,59	6,63
8	7,79	4,90	10,35	7,31
9	8,49	5,49	11,12	7,95
10	9,22	6,08	11,87	8,60

Tabla A2.37 Cuadro resumen de consumo de armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

$\alpha=l_e/l_b$	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,59	0,59	0,24	0,25
7	0,58	0,59	0,24	0,25
8	0,58	0,58	0,24	0,25
9	0,58	0,58	0,24	0,24
10	0,57	0,57	0,23	0,24

Tabla A2.38 Cuadro resumen de los valores del coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

L/h	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	24,00	29,56	29,85
7	24,00	29,54	29,79
8	24,00	29,41	29,74
9	24,00	29,22	29,61
10	24,00	29,15	29,50

Tabla A2.39 Cuadro resumen de relaciones luz – canto (L/h) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

€/m <sup>2</sup>	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	62,36	59,47	59,13	55,64
7	67,32	64,56	63,15	59,71
8	72,39	69,66	67,26	63,81
9	77,40	74,66	71,46	67,95
10	82,54	79,76	75,74	72,11

Tabla A2.40 Cuadro resumen de coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

% Ahorro	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	4,63%	5,90%
7	4,10%	5,45%
8	3,77%	5,13%
9	3,54%	4,91%
10	3,37%	4,79%

Tabla A2.41 Cuadro resumen del porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

kgCO <sub>2</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	90,35	98,25	79,50	82,10
7	103,92	114,43	90,32	94,72
8	117,64	130,62	101,25	107,42
9	131,16	146,46	112,46	120,33
10	145,04	162,65	123,92	133,28

Tabla A2.42 Cuadro resumen de las emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/

% Incremento	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	8,74%	3,27%
7	10,11%	4,87%
8	11,03%	6,09%
9	11,67%	7,00%
10	12,14%	7,55%

Tabla A2.43 Cuadro resumen del porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

MJ/m <sup>2</sup>	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	647,28	770,68	638,43	691,05
7	735,70	895,80	711,70	791,88
8	825,97	1020,97	788,38	893,60
9	915,64	1143,67	866,56	996,16
10	1007,98	1268,90	945,93	1099,23

Tabla A2.44 Cuadro resumen del consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

% Incremento Consumo	Carga 2,5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	19,06%	8,24%
7	21,76%	11,27%
8	23,61%	13,35%
9	24,90%	14,96%
10	25,89%	16,21%

Tabla A2.45 Cuadro resumen del porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

## 2.2 ESTADO DE CARGAS 5

h (cm)	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	25,0	20,3	20,1
7	29,2	23,7	23,5
8	33,4	27,2	26,9
9	37,5	30,8	30,4
10	41,7	34,3	33,9

Tabla A2.46 Cuadro resumen de cantos de forjados (h) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,250	0,203	0,201
7	0,292	0,237	0,235
8	0,334	0,272	0,269
9	0,375	0,308	0,304
10	0,417	0,343	0,339

Tabla A2.47 Cuadro resumen de consumo de hormigón (m<sup>3</sup> hormigón/m<sup>2</sup>) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

kg <sub>acero</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	7,80	4,25	9,88	6,85
7	8,47	4,80	10,74	7,64
8	9,20	5,36	11,61	8,46
9	10,00	5,96	12,48	9,23
10	10,79	6,53	13,44	10,02

Tabla A2.48 Cuadro resumen de consumo de armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

$\alpha = l_e / l_b$	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,45	0,46	0,23	0,24
7	0,43	0,43	0,23	0,23
8	0,40	0,41	0,22	0,23
9	0,37	0,38	0,22	0,23
10	0,34	0,35	0,22	0,23

Tabla A2.49 Cuadro resumen de los valores del coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

L/h	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	24,00	29,56	29,85
7	24,00	29,54	29,79
8	24,00	29,41	29,74
9	24,00	29,22	29,61
10	24,00	29,15	29,50

Tabla A2.50 Cuadro resumen de relaciones luz – canto (L/h) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

€/m <sup>2</sup>	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	64,10	60,18	62,27	58,67
7	69,17	65,22	66,79	63,23
8	74,31	70,28	71,43	67,82
9	79,44	75,30	76,17	72,45
10	84,66	80,36	80,93	77,10

Tabla A2.51 Cuadro resumen del coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

% Ahorro	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	6,12%	5,78%
7	5,71%	5,33%
8	5,42%	5,05%
9	5,21%	4,88%
10	5,08%	4,73%

Tabla A2.52 Cuadro resumen del porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

kgCO <sub>2</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	94,35	99,84	87,60	90,92
7	108,05	115,92	99,64	105,00
8	121,93	132,02	112,01	119,14
9	135,73	147,90	124,67	133,48
10	149,79	164,01	137,30	147,87

Tabla A2.53 Cuadro resumen de las emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



%	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Incremento	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
Luz (m)		
6	5,82%	3,79%
7	7,33%	5,38%
8	8,54%	6,37%
9	9,31%	7,07%
10	9,98%	7,70%

Tabla A2.54 Cuadro resumen del porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

MJ/m <sup>2</sup>	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	696,93	790,47	702,76	768,17
7	787,01	914,27	787,40	881,56
8	879,23	1038,33	874,29	995,77
9	972,40	1161,51	962,79	1110,73
10	1066,97	1285,81	1052,91	1226,16

Tabla A2.55 Cuadro resumen del consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

Incremento	Carga 5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	13,42%	9,31%
7	16,17%	11,96%
8	18,10%	13,89%
9	19,45%	15,37%
10	20,51%	16,45%

Tabla A2.56 Cuadro resumen del porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

### 2.3 ESTADO DE CARGAS 7,5

h (cm)	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	25,0	21,9	21,6
7	29,2	25,6	25,3
8	33,4	29,3	29,0
9	37,5	33,2	32,7
10	41,7	37,0	36,5

Tabla A2.57 Cuadro resumen de cantos de forjados (h) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,250	0,219	0,216
7	0,292	0,256	0,253
8	0,334	0,293	0,290
9	0,375	0,332	0,327
10	0,417	0,370	0,365

Tabla A2.58 Cuadro resumen de consumo de hormigón (m<sup>3</sup> hormigón/m<sup>2</sup>) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

kg <sub>acero</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	9,25	5,71	10,78	7,71
7	10,10	6,46	11,76	8,61
8	11,02	7,21	12,81	9,53
9	12,01	8,01	13,81	10,46
10	13,00	8,77	14,90	11,35

Tabla A2.59 Cuadro resumen de consumo de armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

$\alpha = l_e / l_b$	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	0,30	0,31	0,22	0,23
7	0,29	0,30	0,22	0,23
8	0,28	0,29	0,21	0,22
9	0,26	0,27	0,21	0,22
10	0,25	0,26	0,21	0,22

Tabla A2.60 Cuadro resumen de los valores del coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

L/h	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>		
	Norma		Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	24,00	27,40	27,78
7	24,00	27,34	27,67
8	24,00	27,30	27,59
9	24,00	27,11	27,52
10	24,00	27,03	27,40

Tabla A2.61 Cuadro resumen de relaciones luz – canto (L/h) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

€/m <sup>2</sup>	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	66,06	62,16	65,06	61,38
7	71,37	67,46	70,05	66,38
8	76,77	72,78	75,16	71,41
9	82,16	78,07	80,34	76,47
10	87,65	83,40	85,57	81,56

Tabla A2.62 Cuadro resumen del coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

% Ahorro	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	5,90%	5,66%
7	5,48%	5,24%
8	5,20%	4,99%
9	4,98%	4,82%
10	4,85%	4,69%

Tabla A2.63 Cuadro resumen del porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

kgCO <sub>2</sub> /m <sup>2</sup>	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	98,73	104,29	94,77	98,69
7	113,00	120,94	108,03	114,10
8	127,45	137,62	121,50	129,58
9	141,84	154,11	135,36	145,10
10	156,49	170,82	149,20	160,82

Tabla A2.64 Cuadro resumen de las emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

% Incremento	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	5,63%	4,14%
7	7,03%	5,62%
8	7,98%	6,65%
9	8,65%	7,20%
10	9,16%	7,79%

Tabla A2.65 Cuadro resumen del porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

MJ/m <sup>2</sup>	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup>			
	Norma		Optimizado	
Luz (m)	HA EHE 08	HAF EHE 08	HA Optimizado	HAF Optimizado
6	751,29	845,69	761,26	837,59
7	848,40	976,64	855,35	962,08
8	947,74	1107,95	952,06	1087,48
9	1048,36	1238,70	1049,83	1213,43
10	1150,15	1370,35	1149,30	1340,02

Tabla A2.63 Cuadro resumen del consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

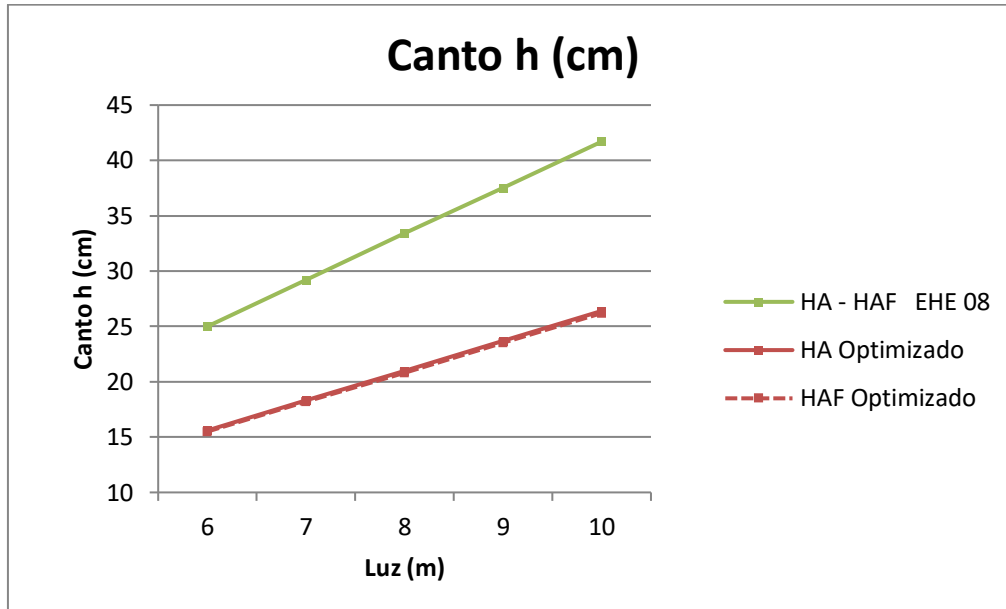
% Incremento	Carga 7,5 N/mm <sup>2</sup> (+ 7,5 N/mm <sup>2</sup> de PP)	
	Norma	Optimizado
Luz (m)	HA - HAF EHE 08	HA - HAF Optimizado
6	12,57%	10,03%
7	15,12%	12,48%
8	16,90%	14,22%
9	18,16%	15,58%
10	19,15%	16,59%

Tabla A2.64 Cuadro resumen del porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

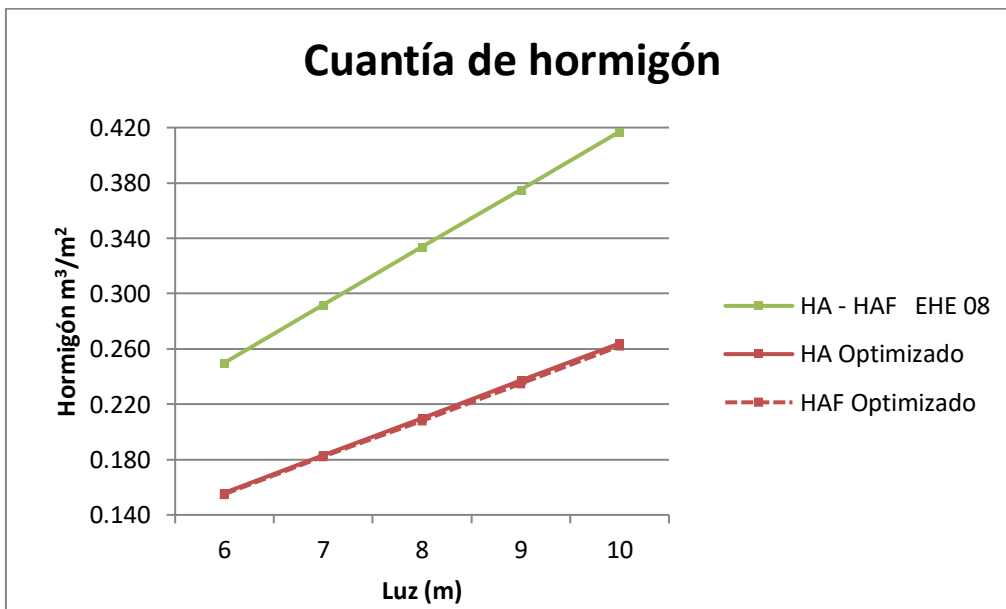
## ANEJO 5. GRÁFICAS DE RESULTADOS

### 1. CONDICIÓN DE BIEMPOTRAMIENTO

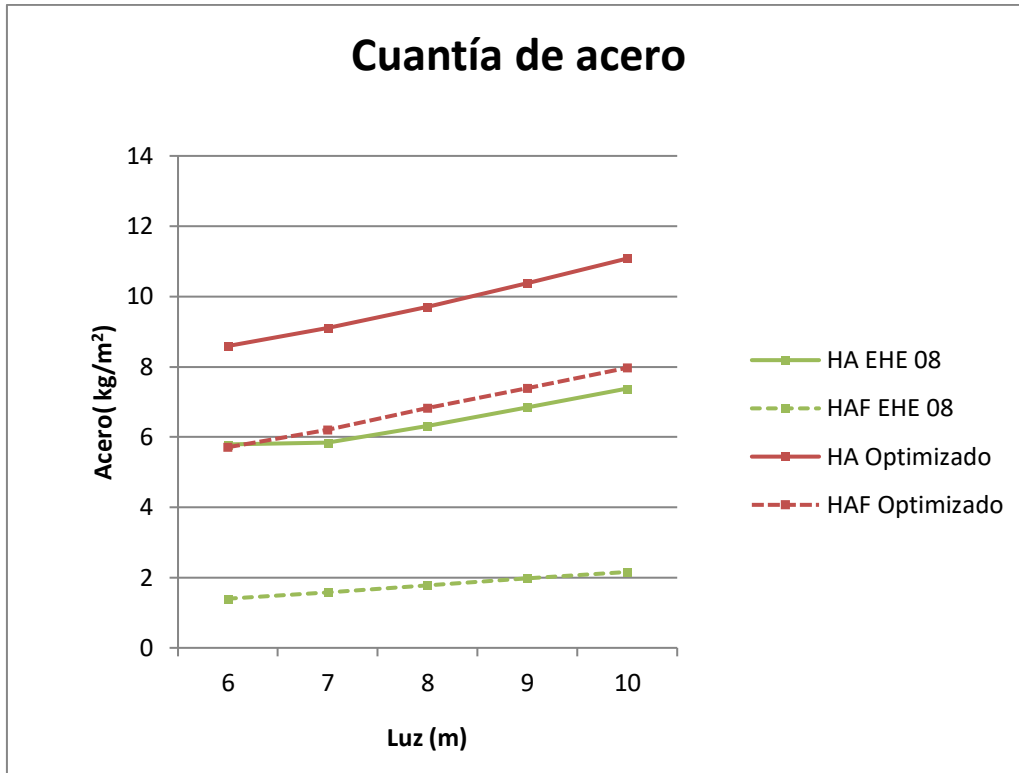
#### 1.1 ESTADO DE CARGAS 2,5



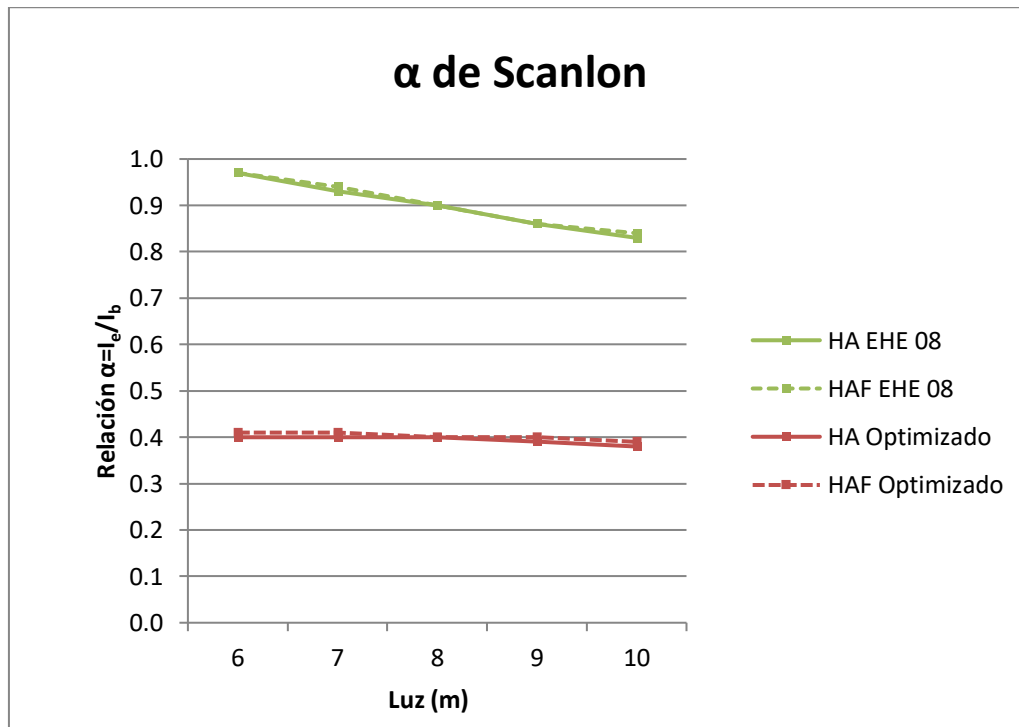
Gráfica A3.1 Cantos de forjados ( $h$ ) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales  $2,5 \text{ kN/m}^2$



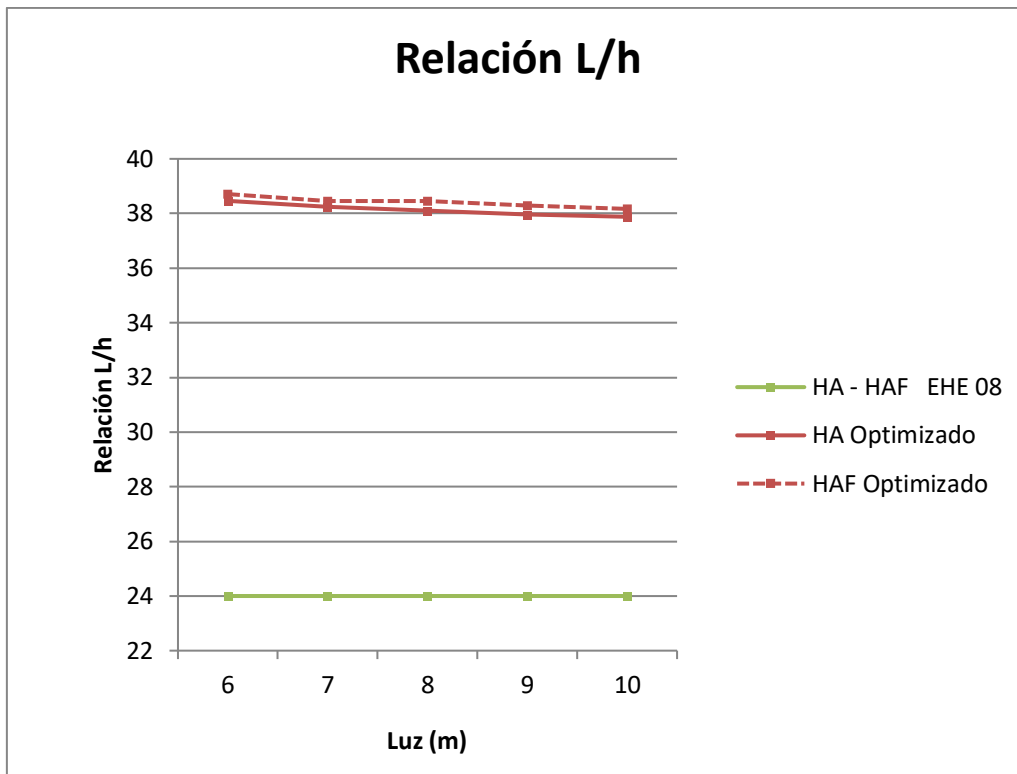
Gráfica A3.2 Consumo de hormigón ( $\text{m}^3 \text{ hormigón/m}^2$ ) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales  $2,5 \text{ kN/m}^2$



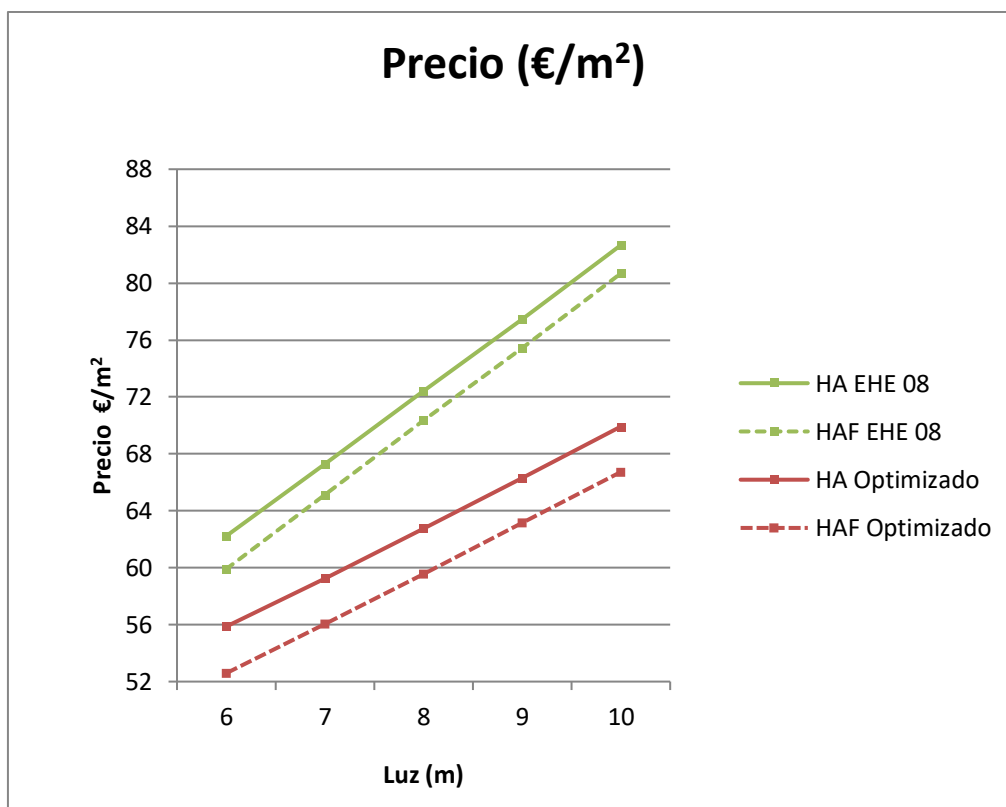
Gráfica A3.3 Consumo de armadura pasiva (kg acero/m²) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5kN/m²



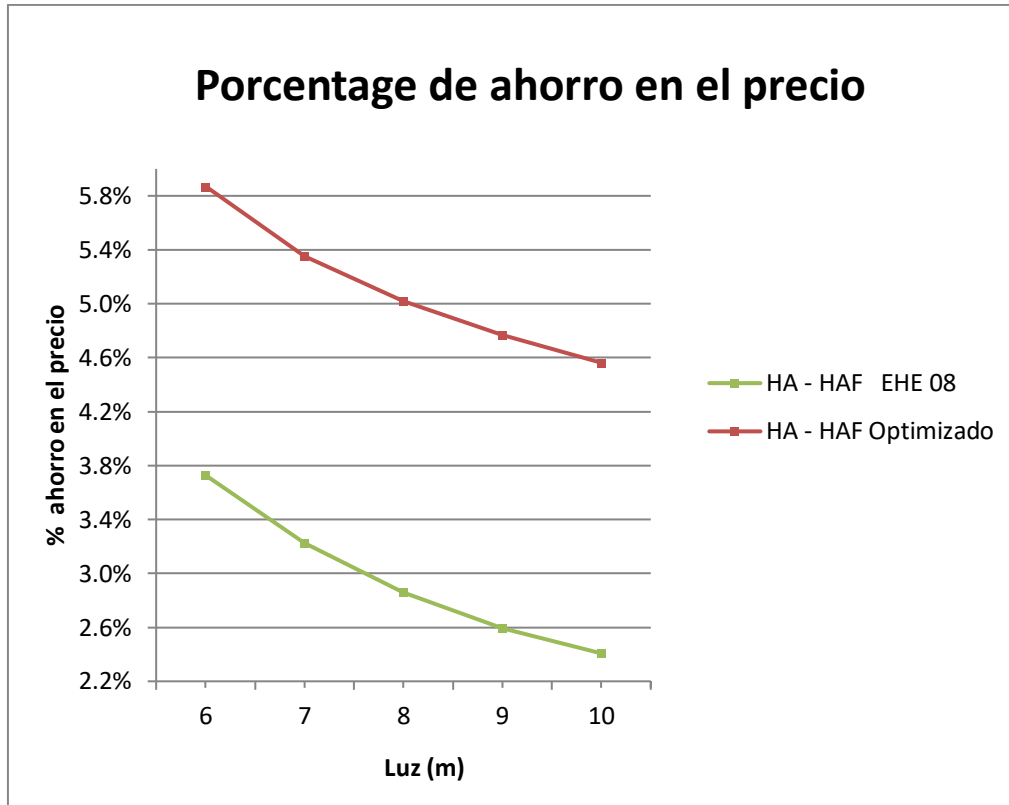
Gráfica A3.4 Coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m²



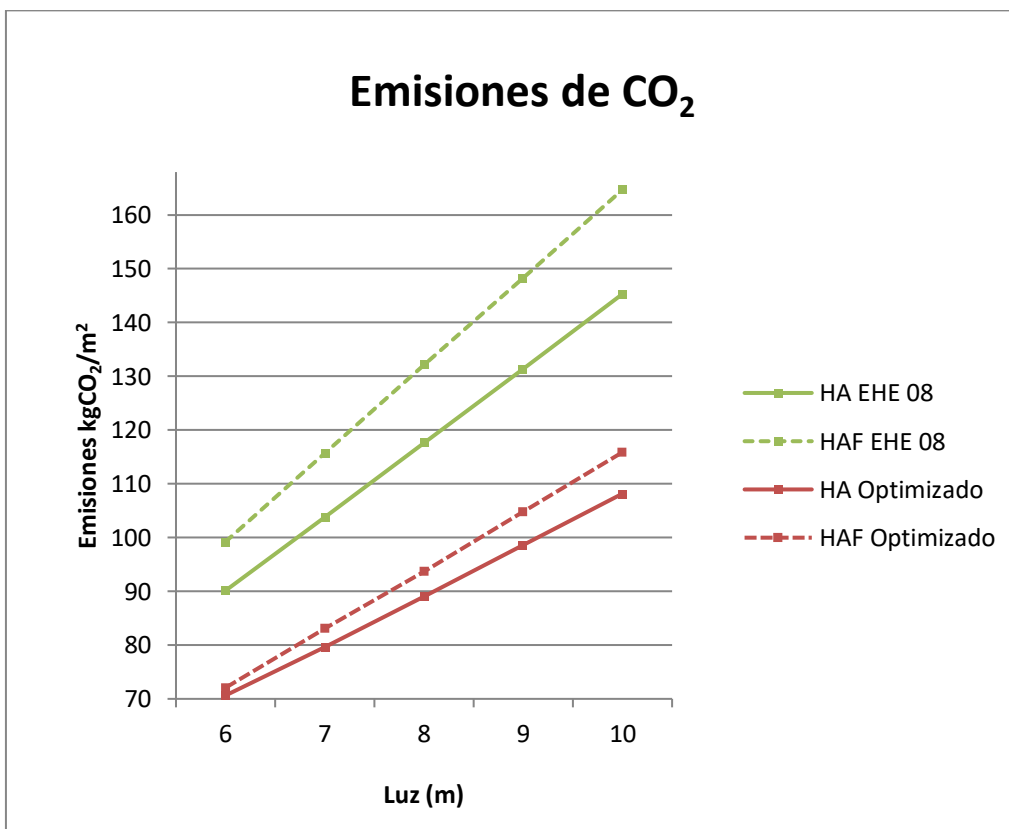
Gráfica A3.5 Relaciones luz – canto ( $L/h$ ) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales  $2,5 \text{ kN/m}^2$



Gráfica A3.6 Coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales  $2,5 \text{ kN/m}^2$

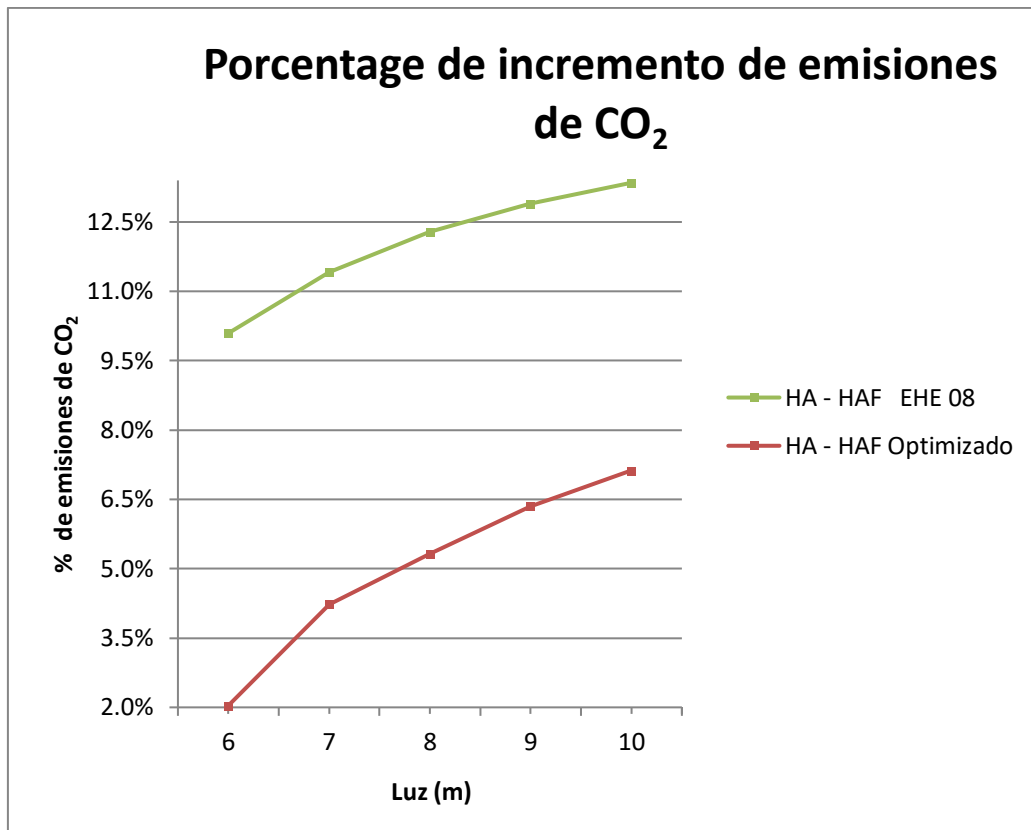


Gráfica A3.7 Porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

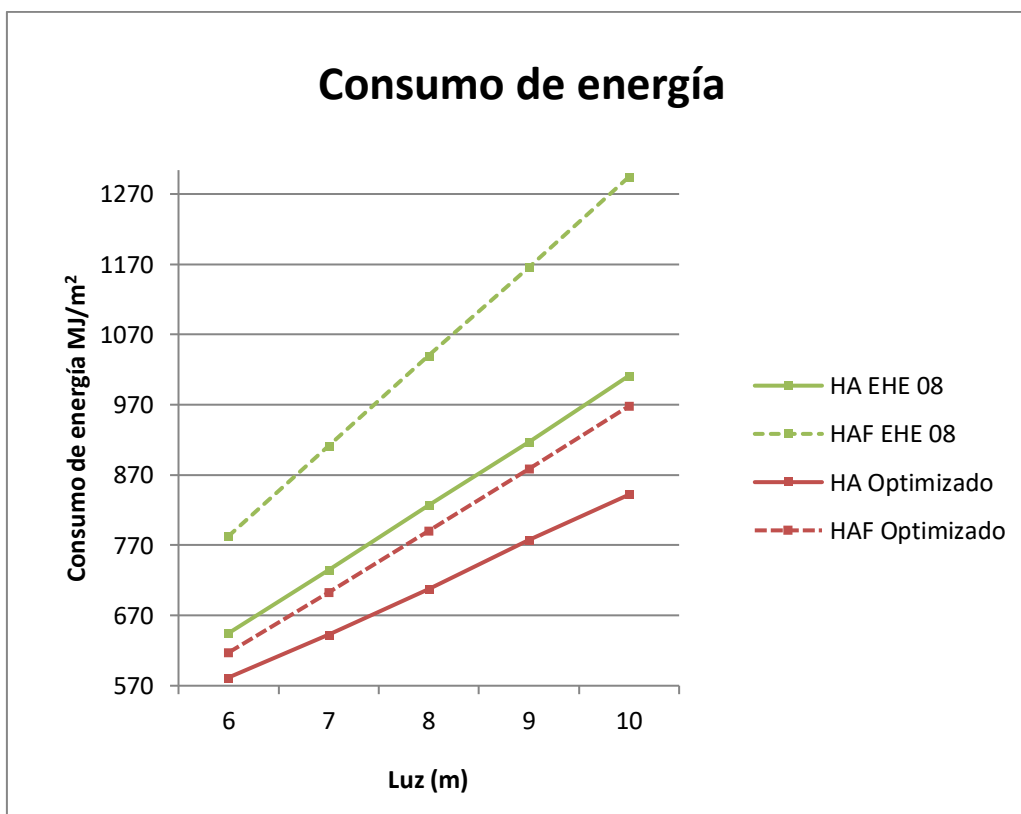


Gráfica A3.8 Emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

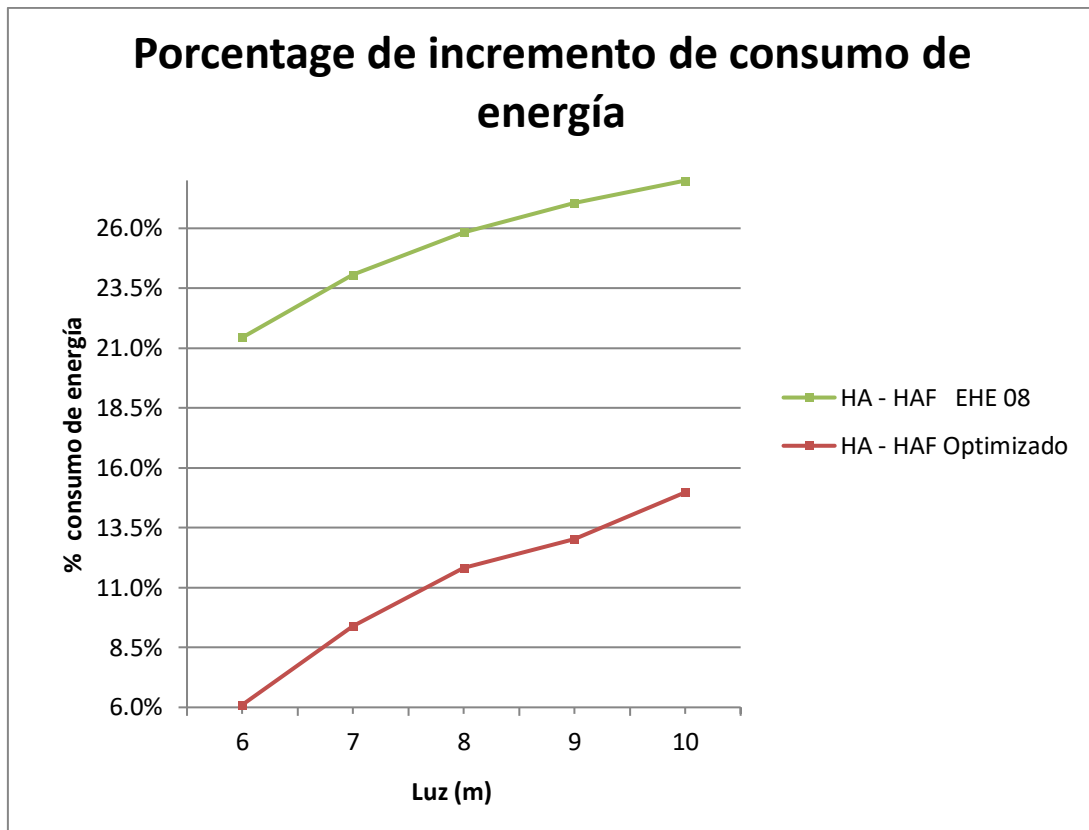




Gráfica A3.9 Porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

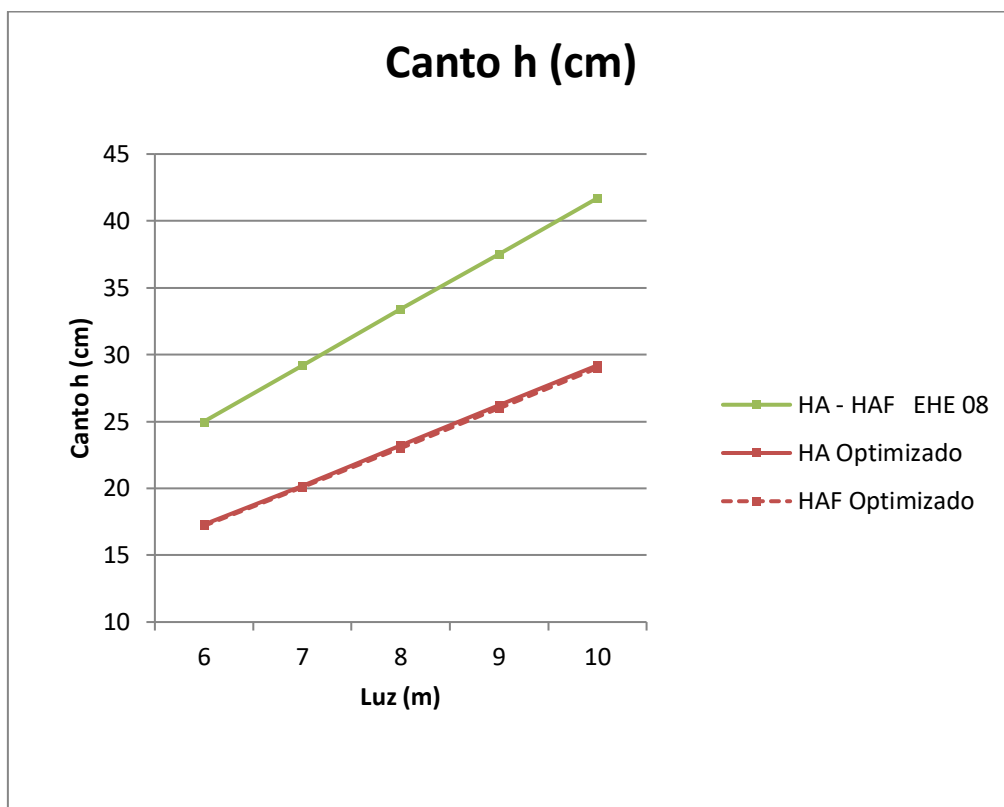


Gráfica A3.10 Consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

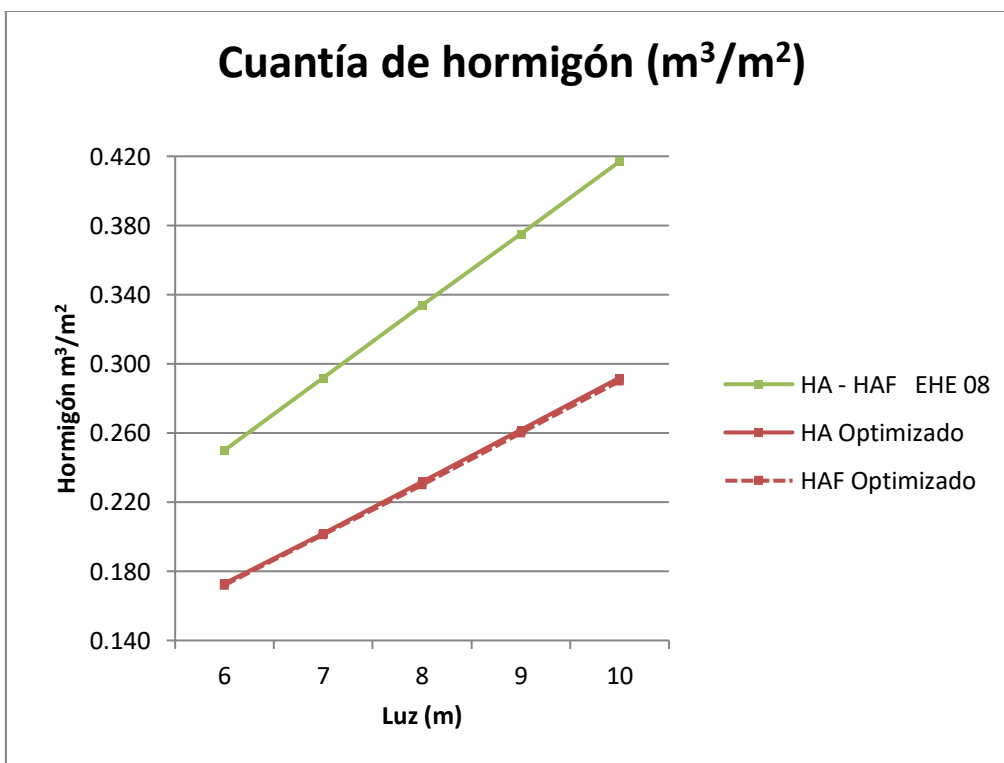


Gráfica A3.11 Porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

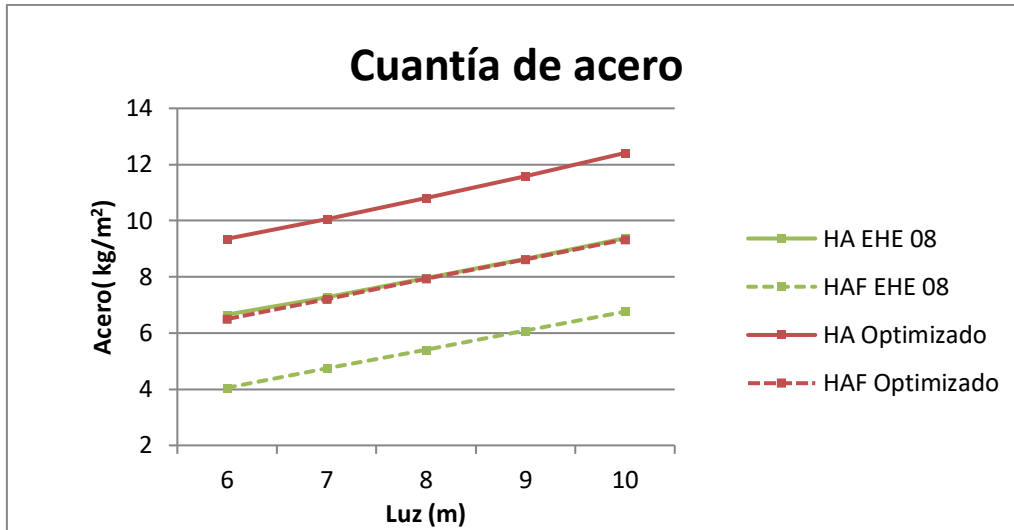
## 1.2 ESTADO DE CARGAS 5



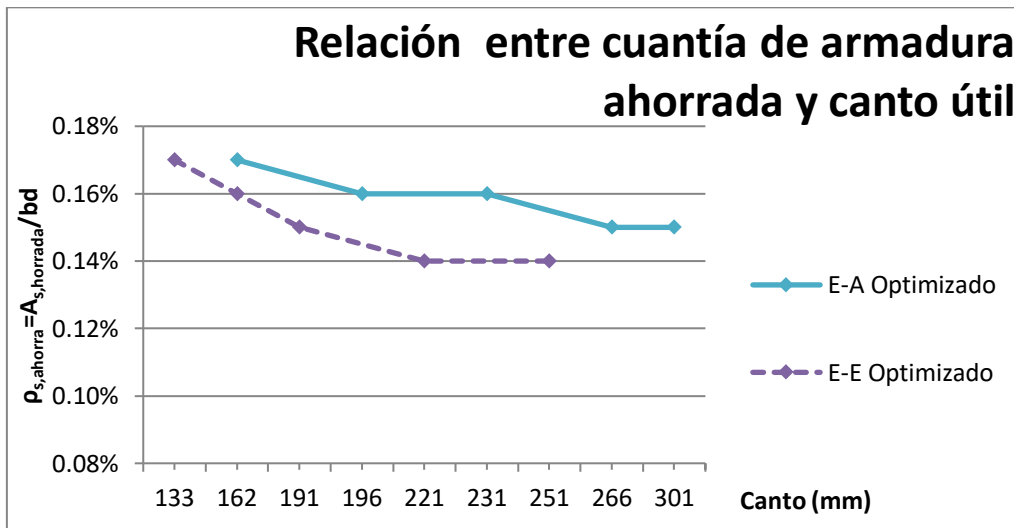
Gráfica A3.12 Cantos de forjados ( $h$ ) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales  $5 \text{ kN/m}^2$



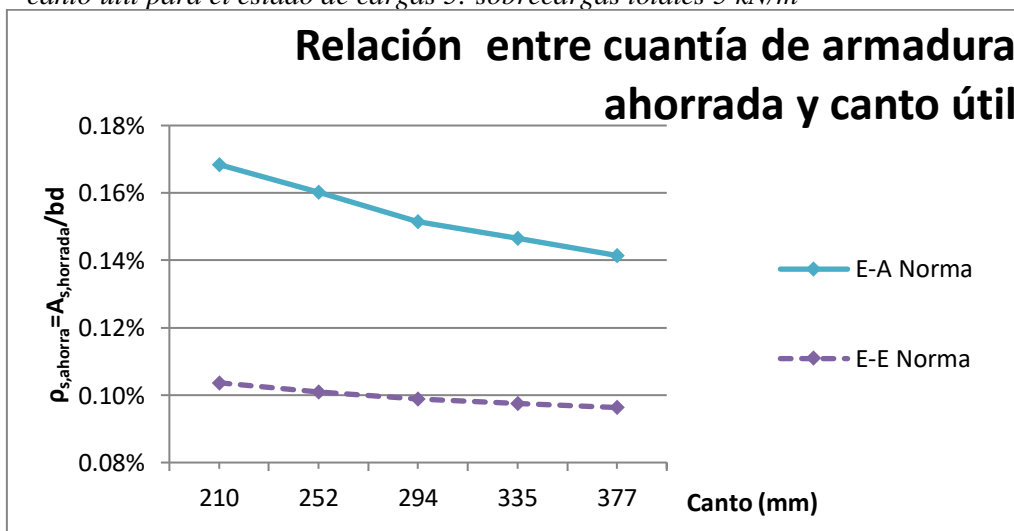
Gráfica A3.13 Consumo de hormigón ( $\text{m}^3 \text{ hormigón}/\text{m}^2$ ) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales  $5 \text{ kN/m}^2$



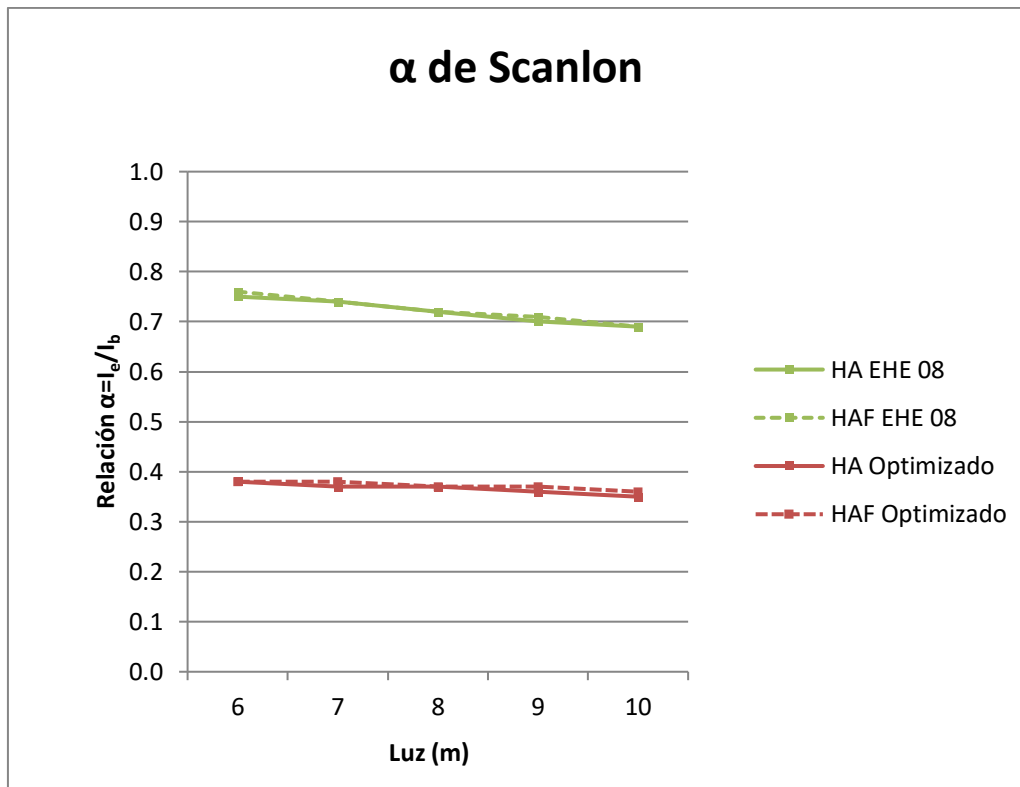
Gráfica A3.14.1 Armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



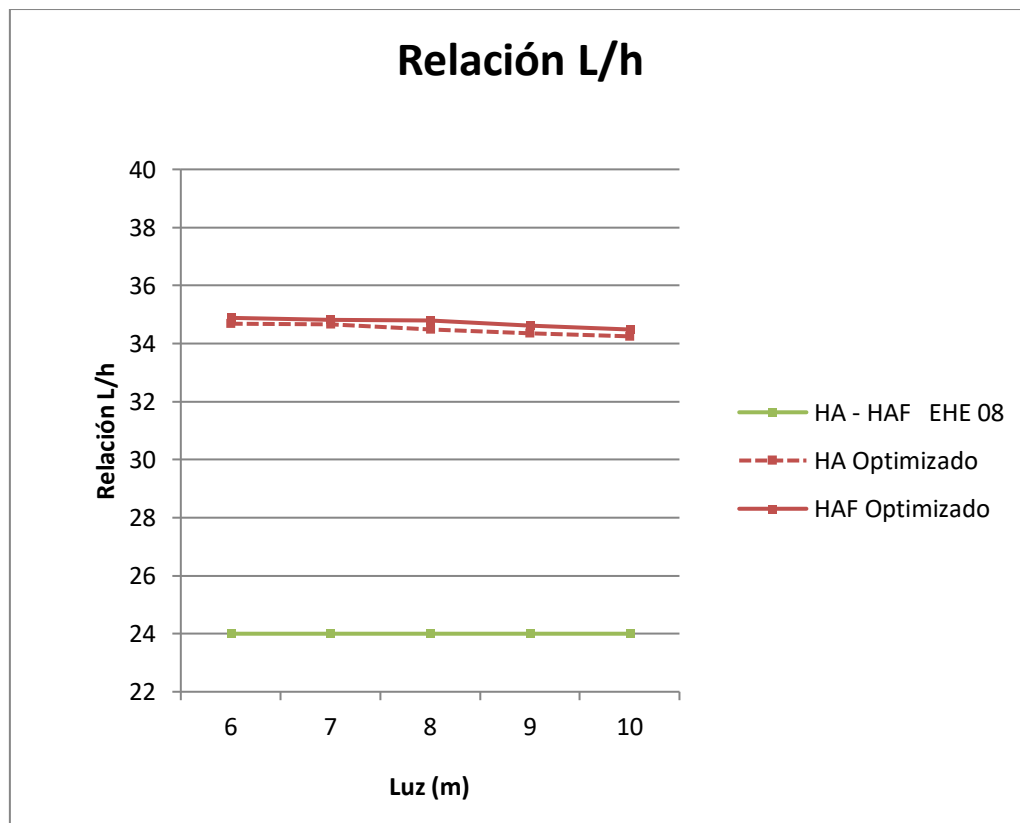
Gráfica A3.14.2 Relación entre cuantía de armadura ahorrada y sección útil ( $\rho_{s,ahorrada} = A_{s,ahorrada}/bd$ ) para forjados unidireccionales optimizados en función del canto útil para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



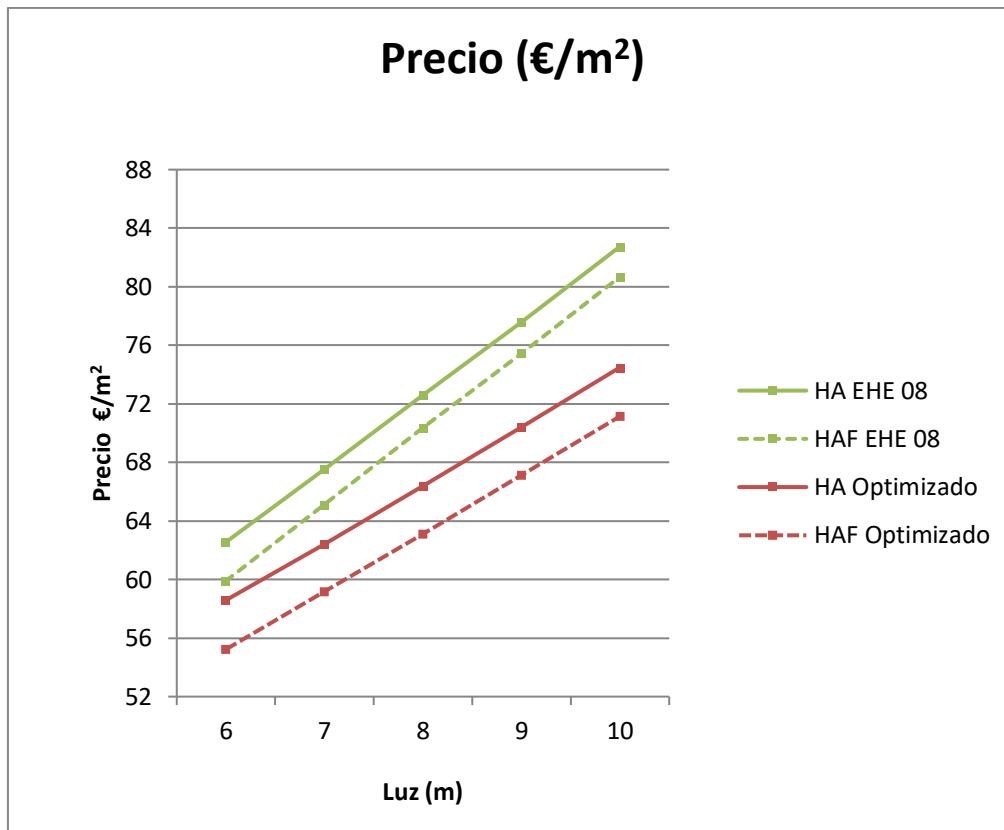
Gráfica A3.14.3 Relación entre cuantía de armadura ahorrada y sección útil ( $\rho_{s,ahorrada} = A_{s,ahorrada}/bd$ ) para forjados unidireccionales con canto de la norma en función del canto útil para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



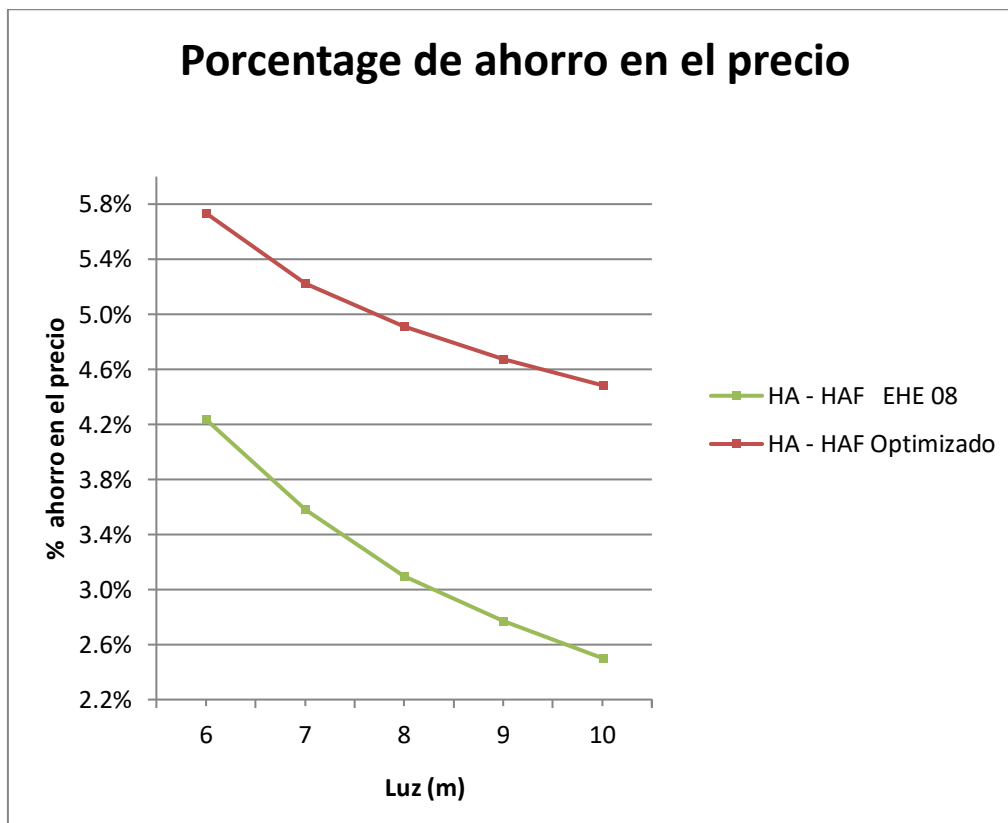
Gráfica A3.15 Coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



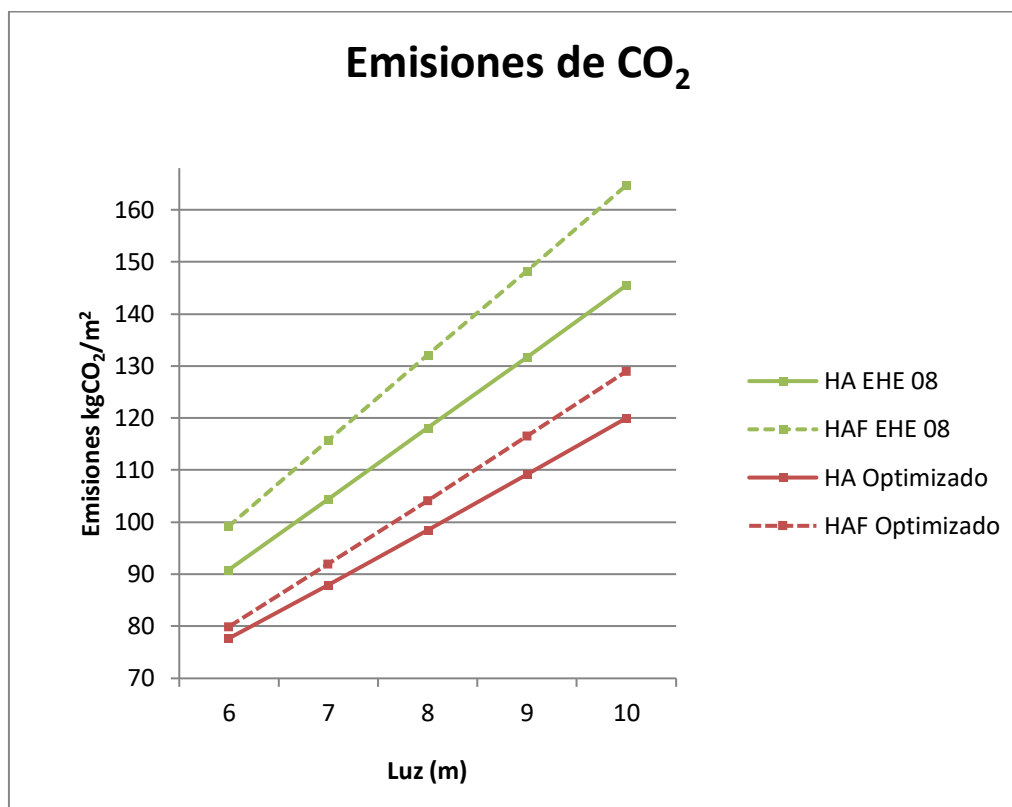
Gráfica A3.16 Relaciones luz – canto (L/h) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica A3.17 Coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica A3.18 Porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a las de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica A3.19 Emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

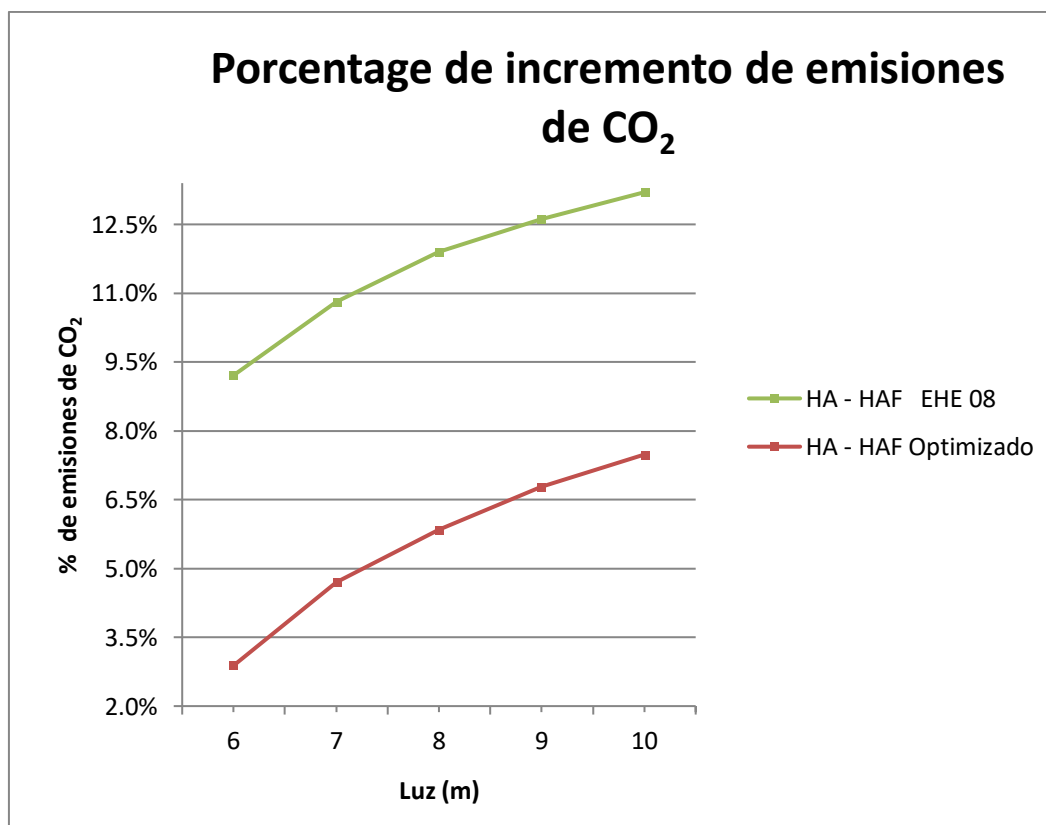
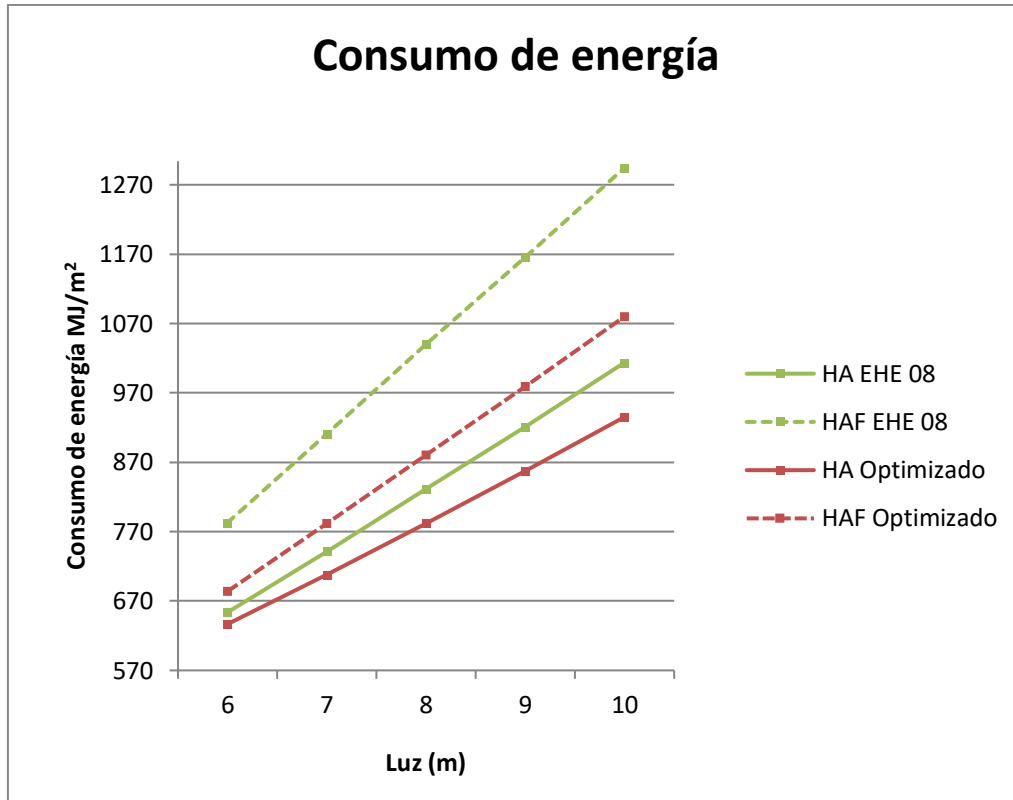
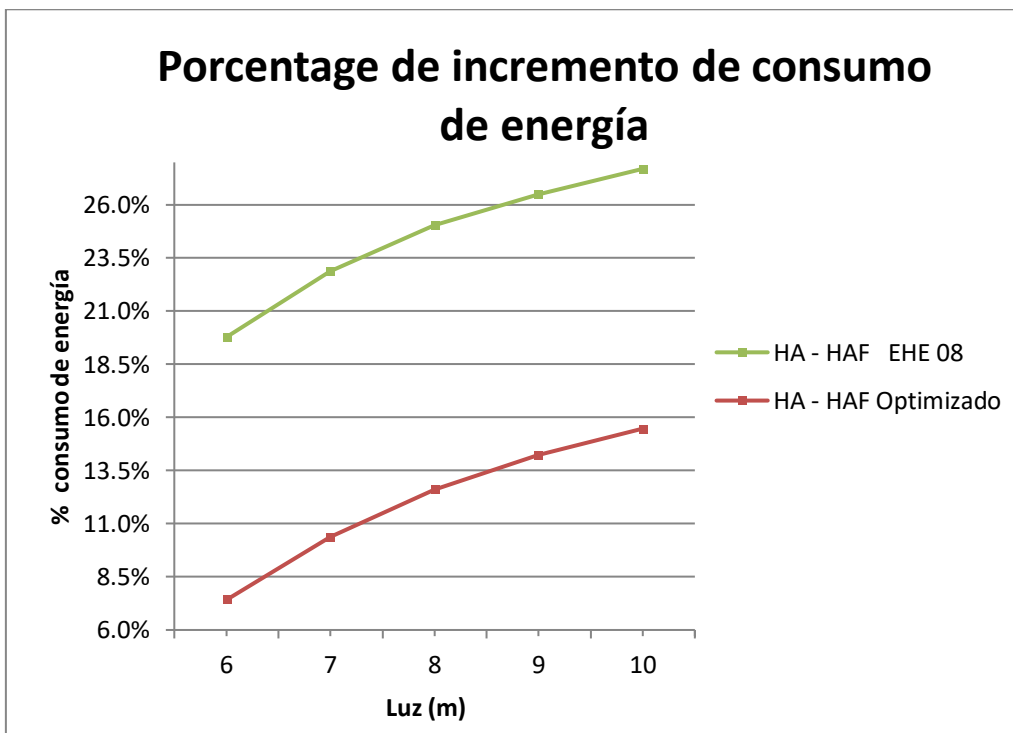


Tabla A2.20 Porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5kN/m<sup>2</sup>



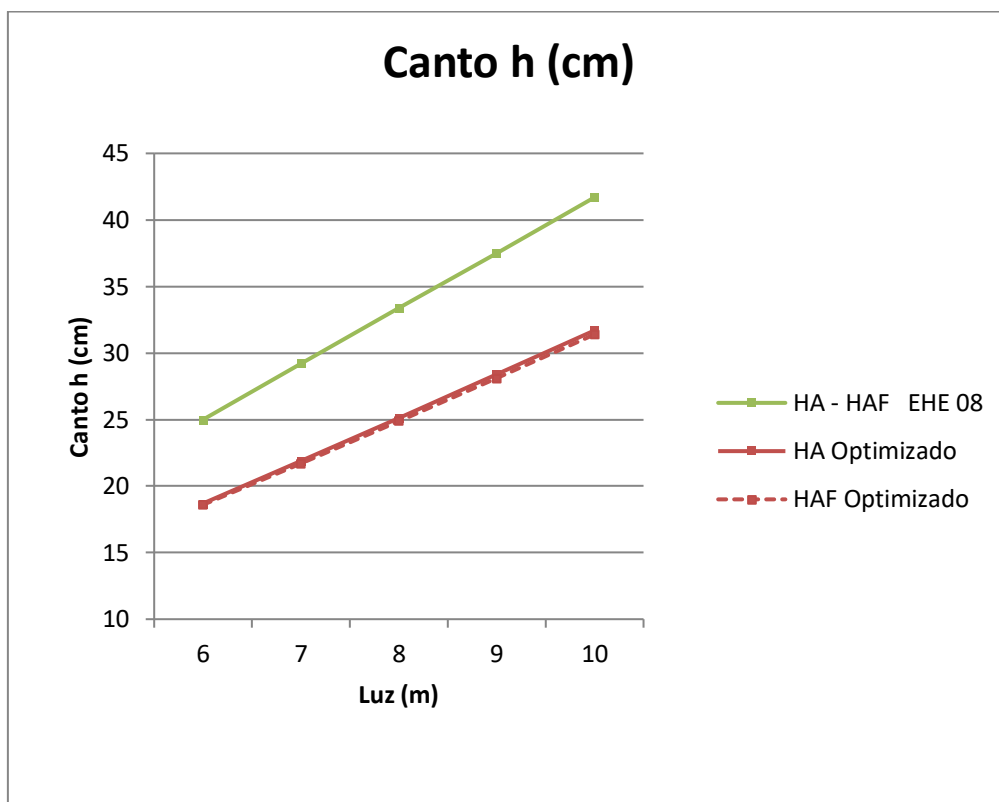
Gráfica A3.21 Consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



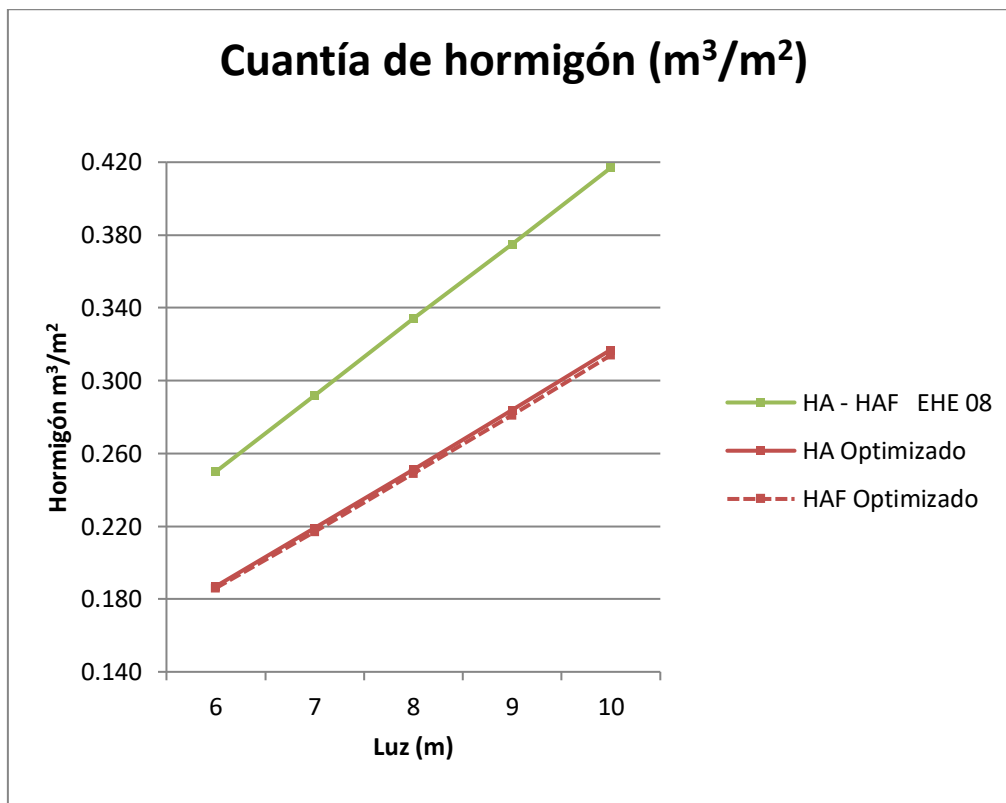
Gráfica A3.22 Porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



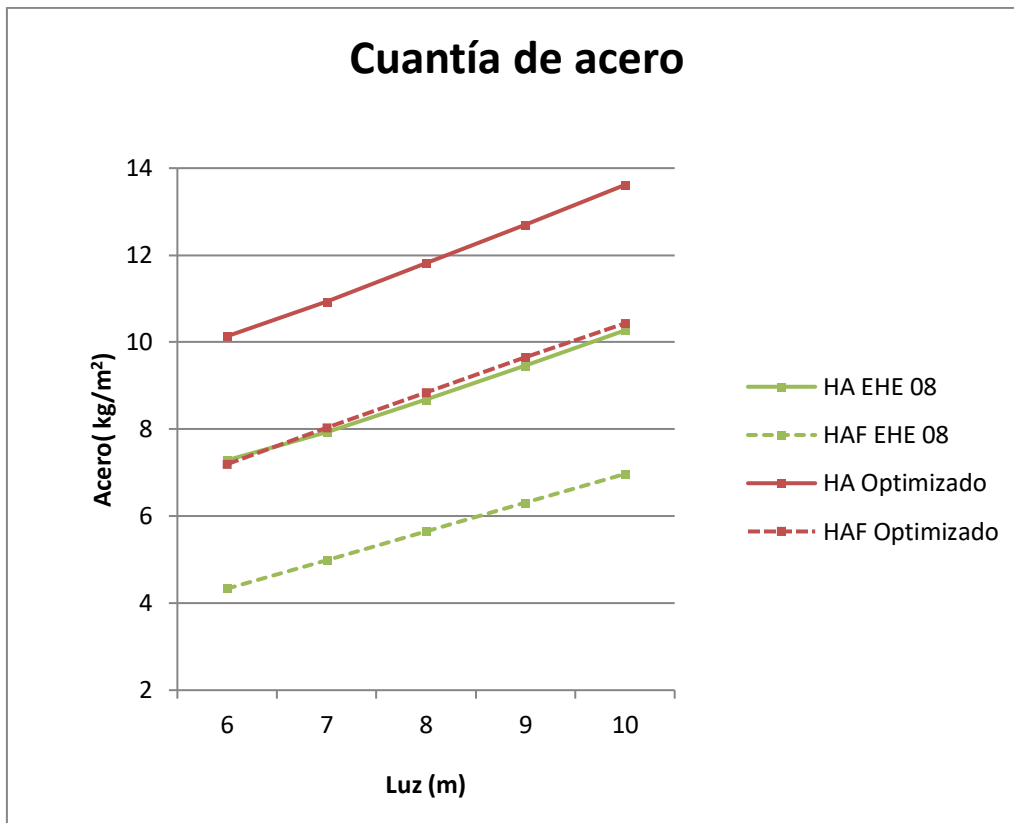
### 1.3 ESTADO DE CARGAS 7,5



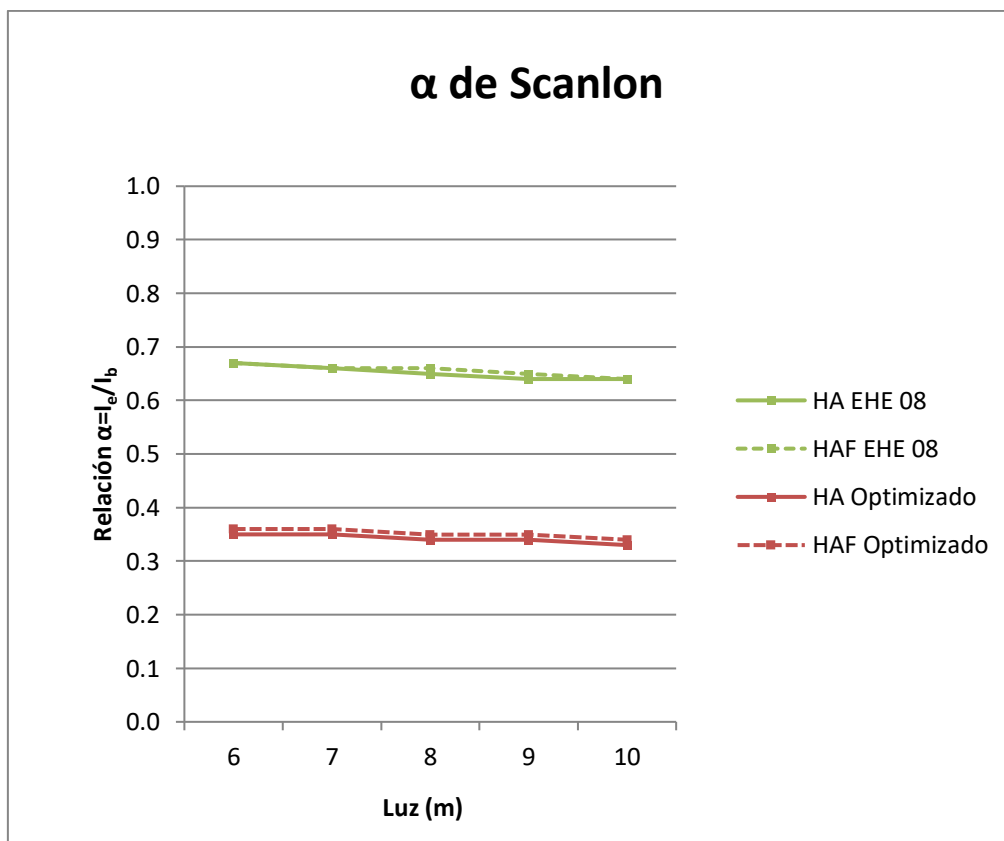
Gráfica A3.23 Cantos de forjados (h) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



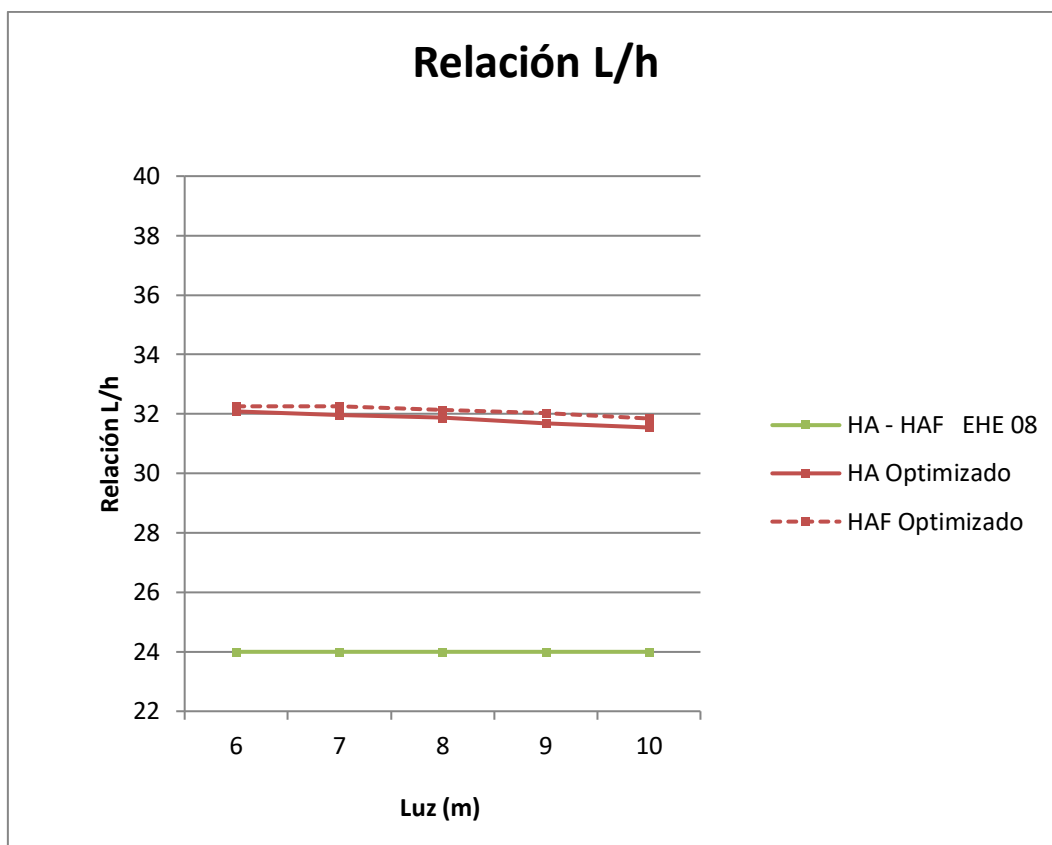
Gráfica A3.24 Consumo de hormigón (m<sup>3</sup> hormigón/m<sup>2</sup>) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



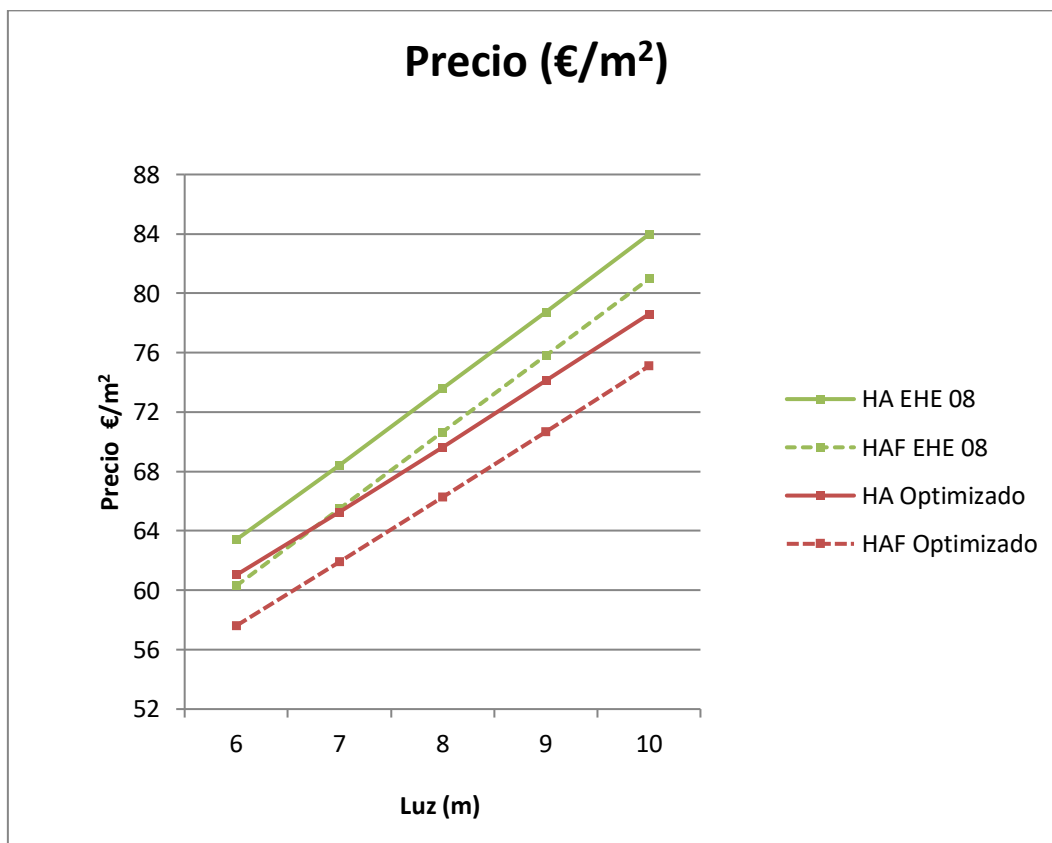
Gráfica A3.25 Armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



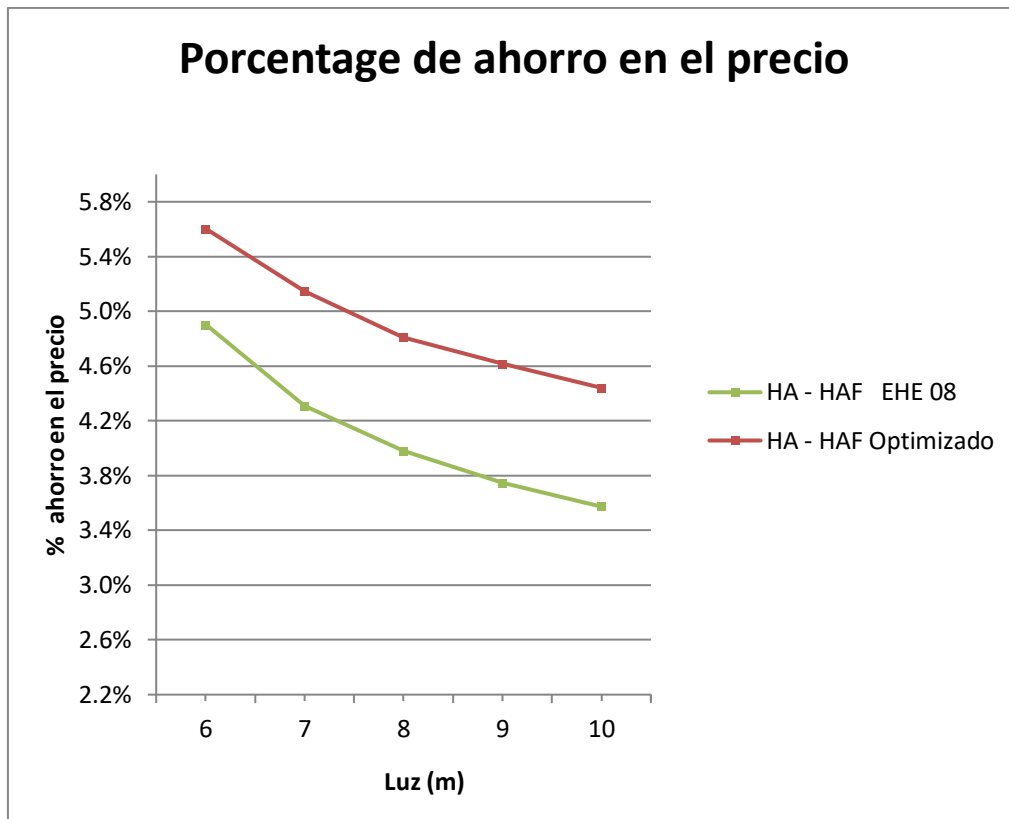
Gráfica A3.26 Coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



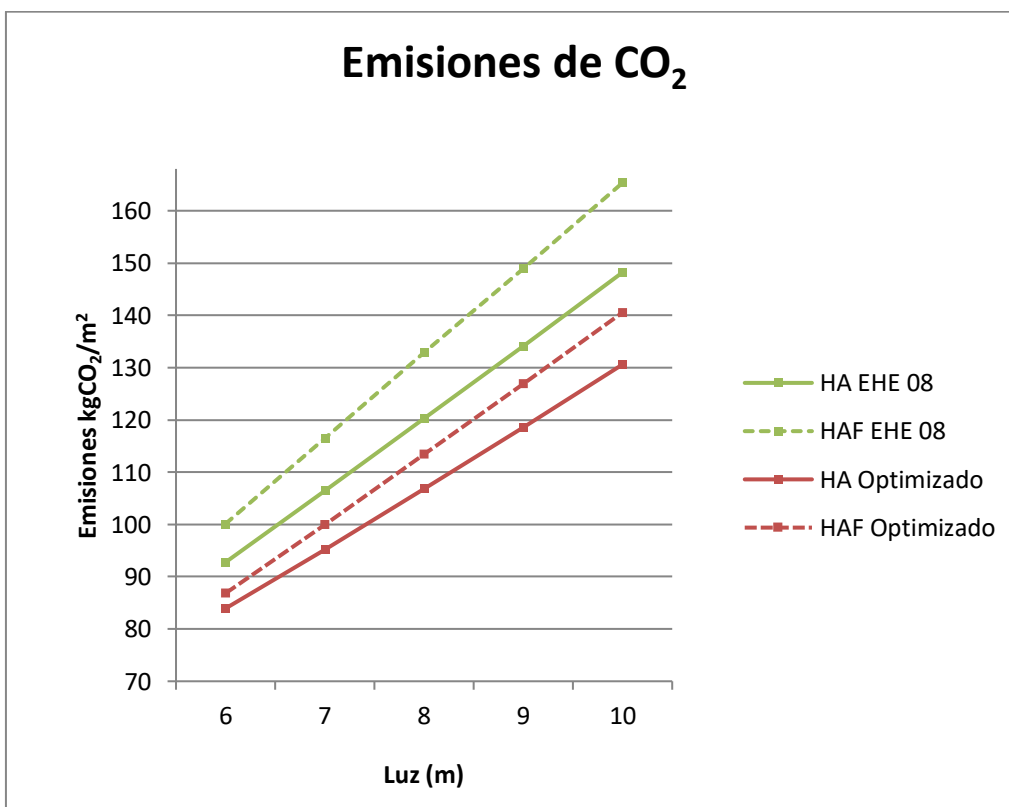
Gráfica A3.27 Relaciones luz – canto ( $L/h$ ) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales  $7,5 \text{ kN/m}^2$



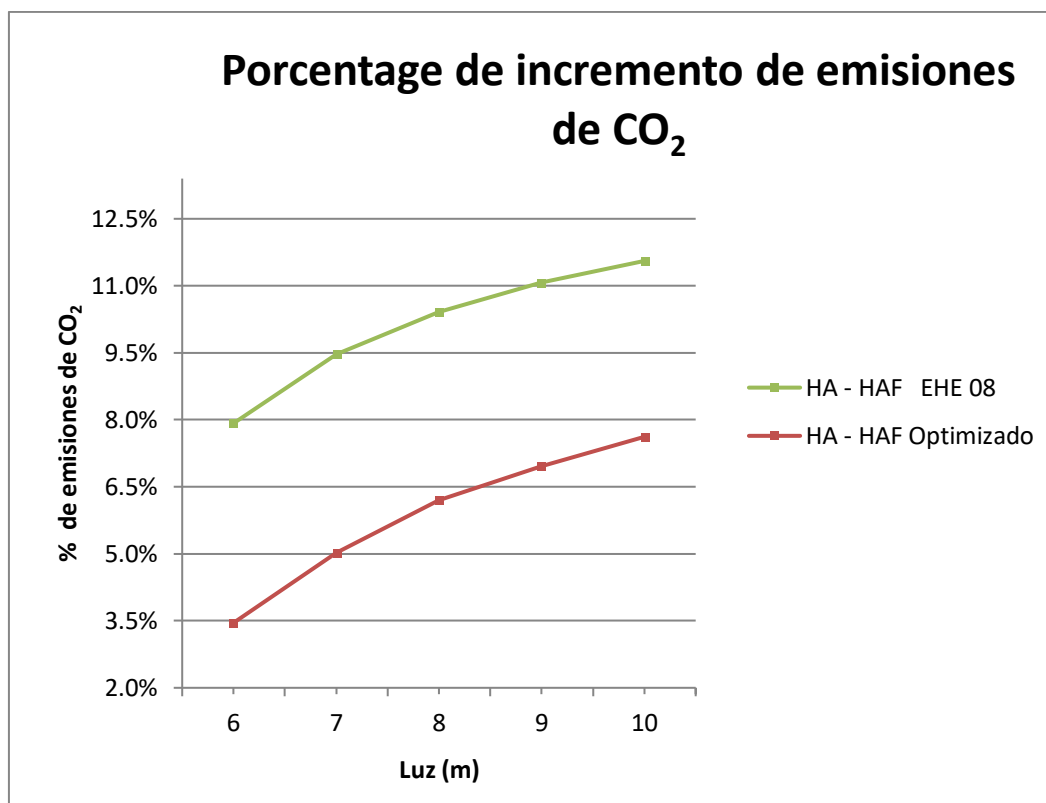
Gráfica A3.28 Coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales  $7,5 \text{ kN/m}^2$



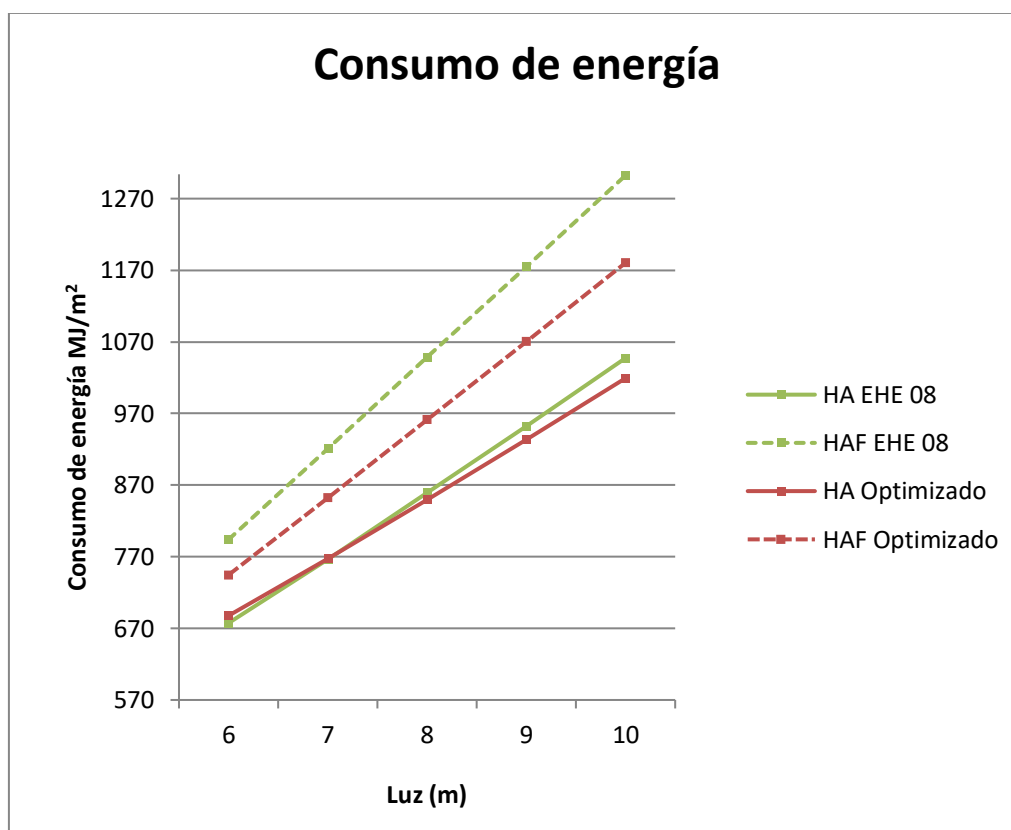
Gráfica A3.29 Porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



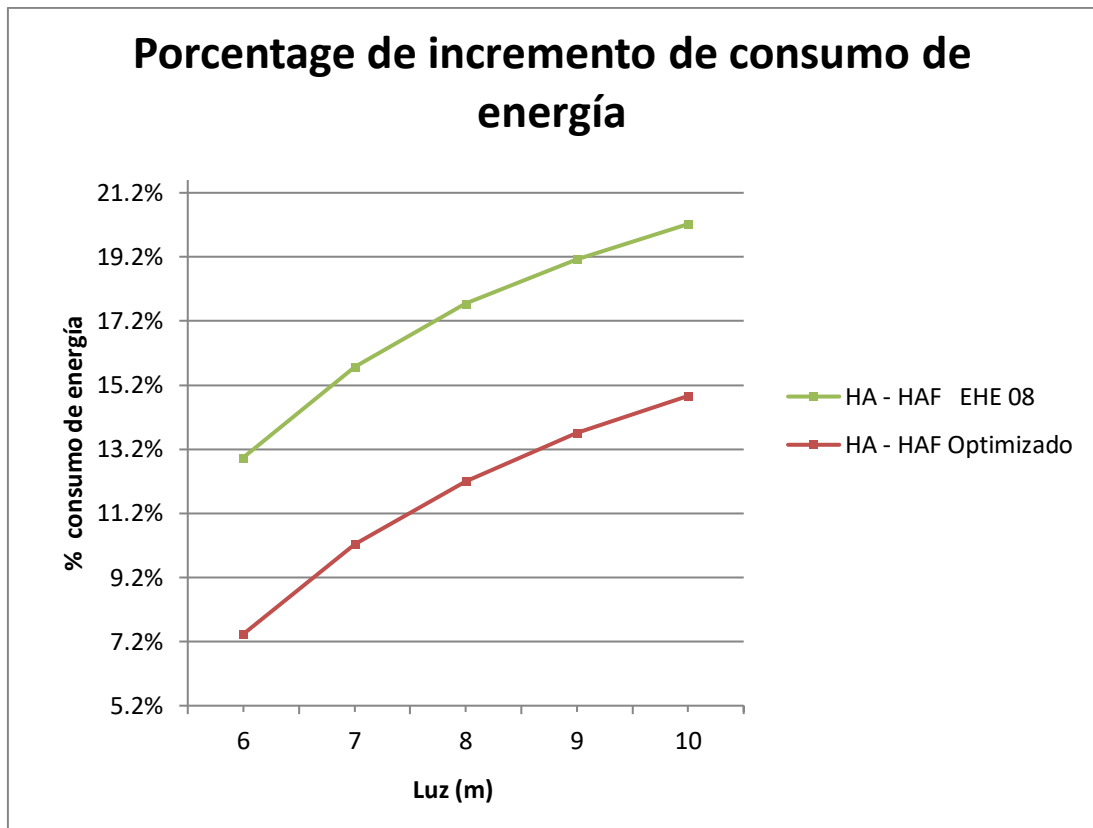
Gráfica A3.30 Emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica A3.31 Porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



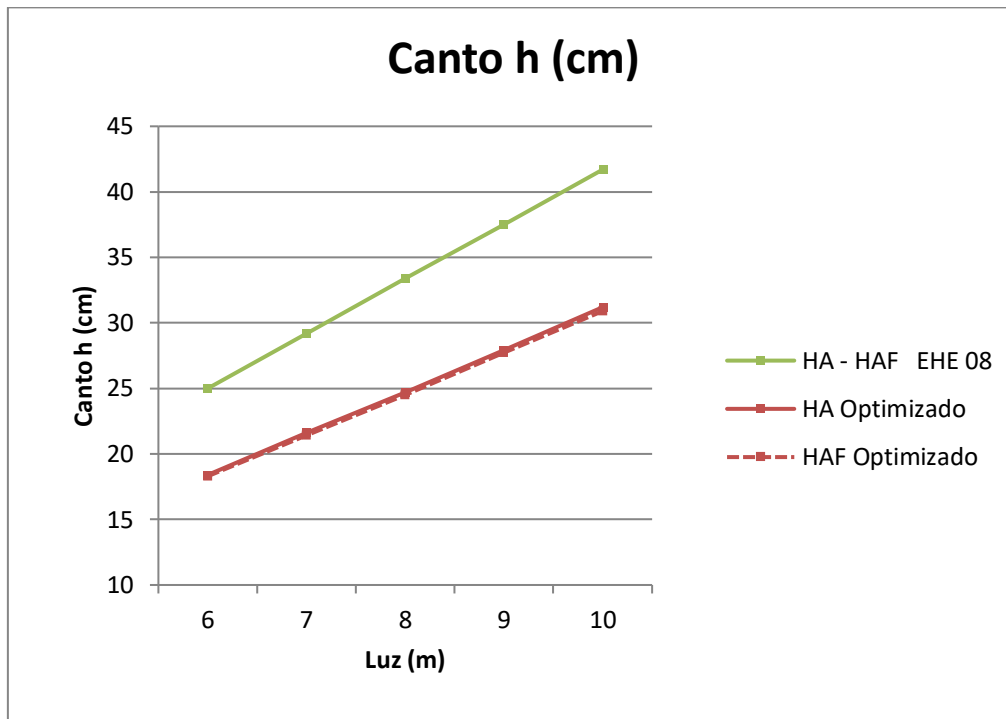
Gráfica A3.32 Consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



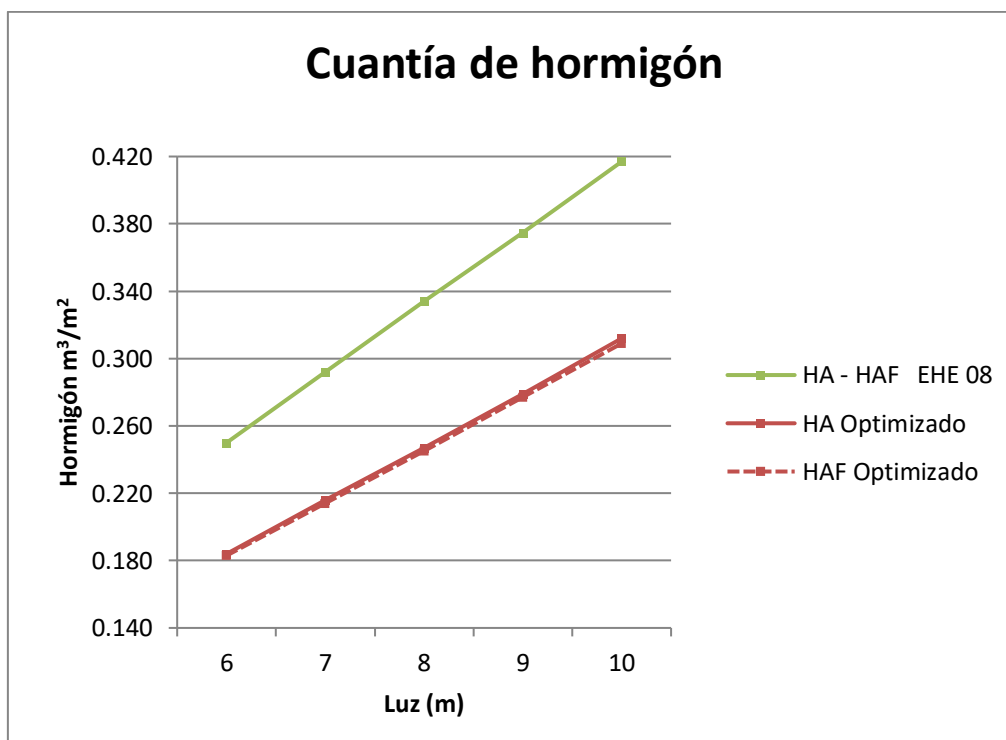
Gráfica A3.33 Porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>

## 2. CONDICIÓN DE EMPOTRADO-ARTICULADO

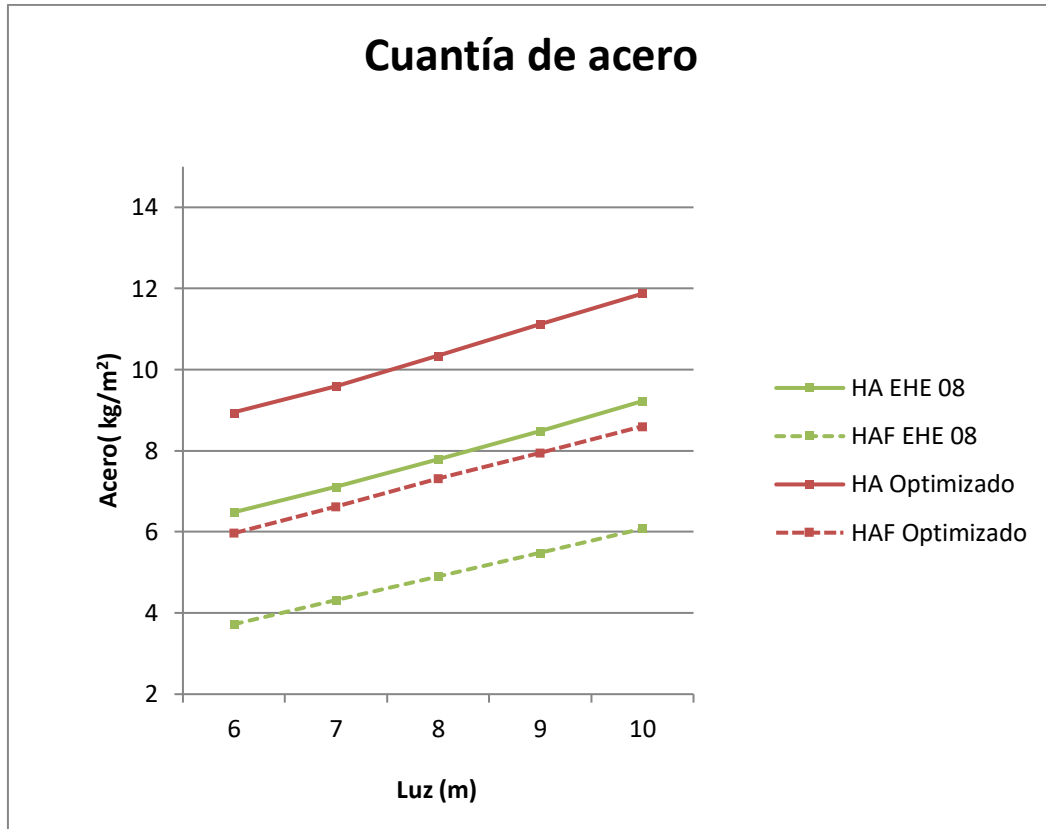
### 2.1 ESTADO DE CARGAS 2,5



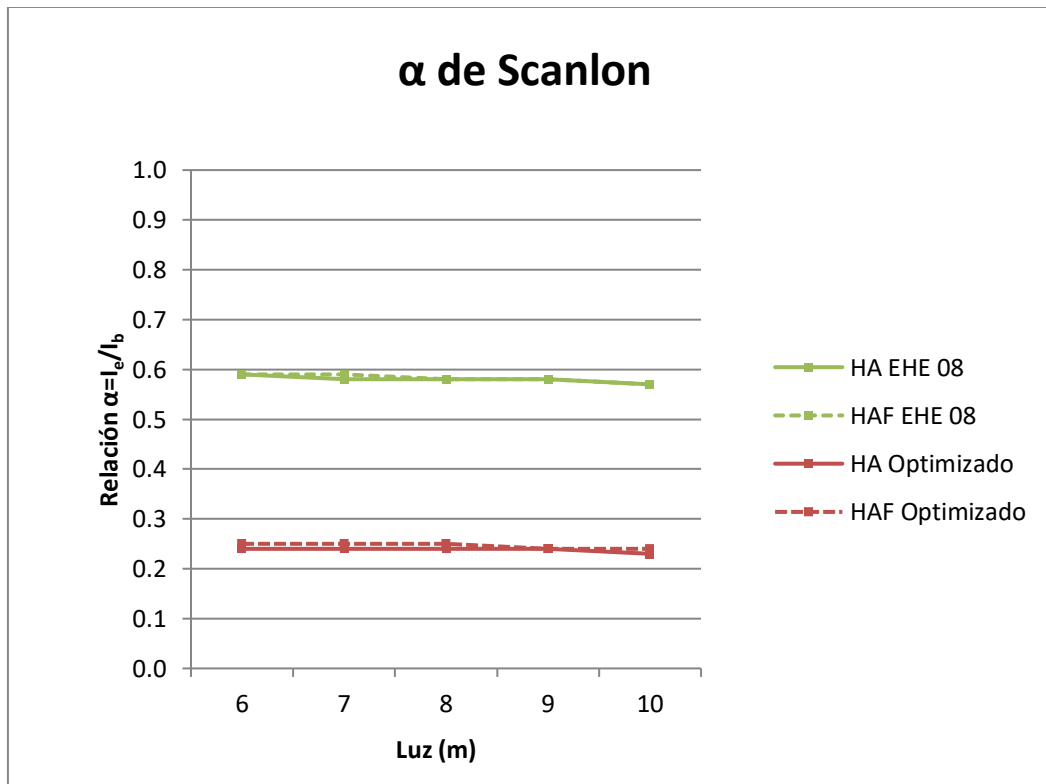
Gráfica A3.34 Cantos de forjados ( $h$ ) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales  $2,5 \text{ kN/m}^2$



Gráfica A3.35 Consumo de hormigón ( $\text{m}^3 \text{ hormigón/m}^2$ ) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales  $2,5 \text{ kN/m}^2$

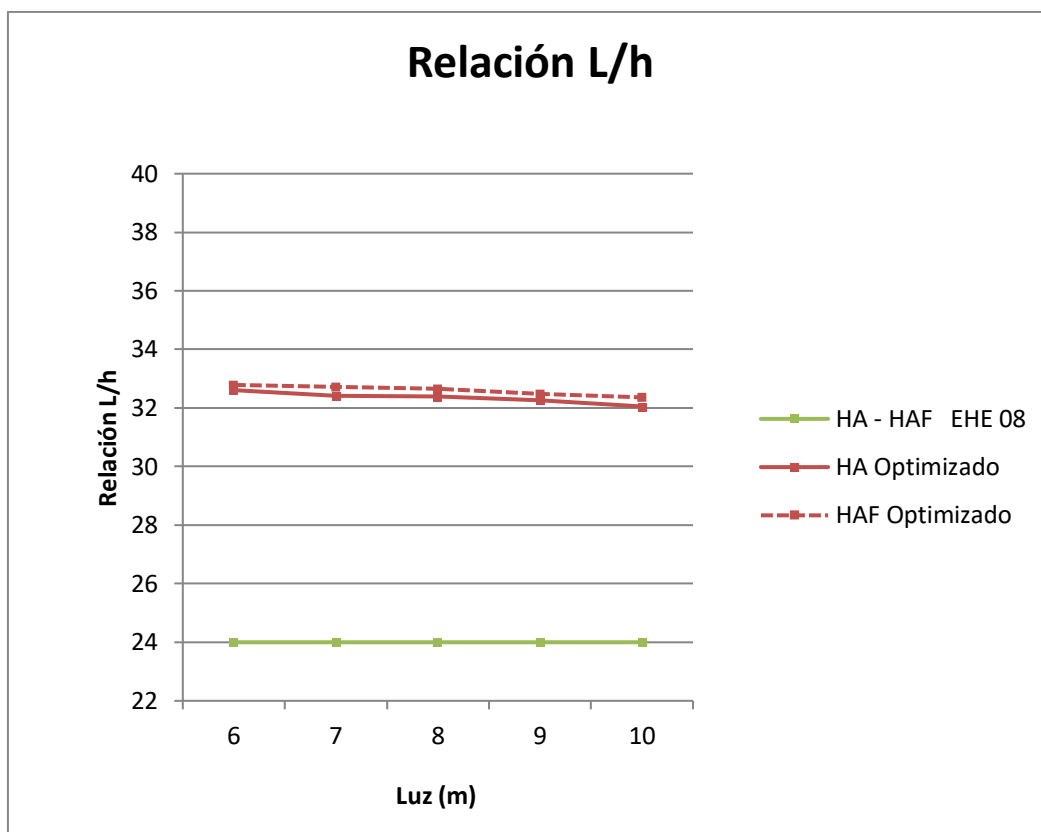


Gráfica A3.36 Consumo de armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

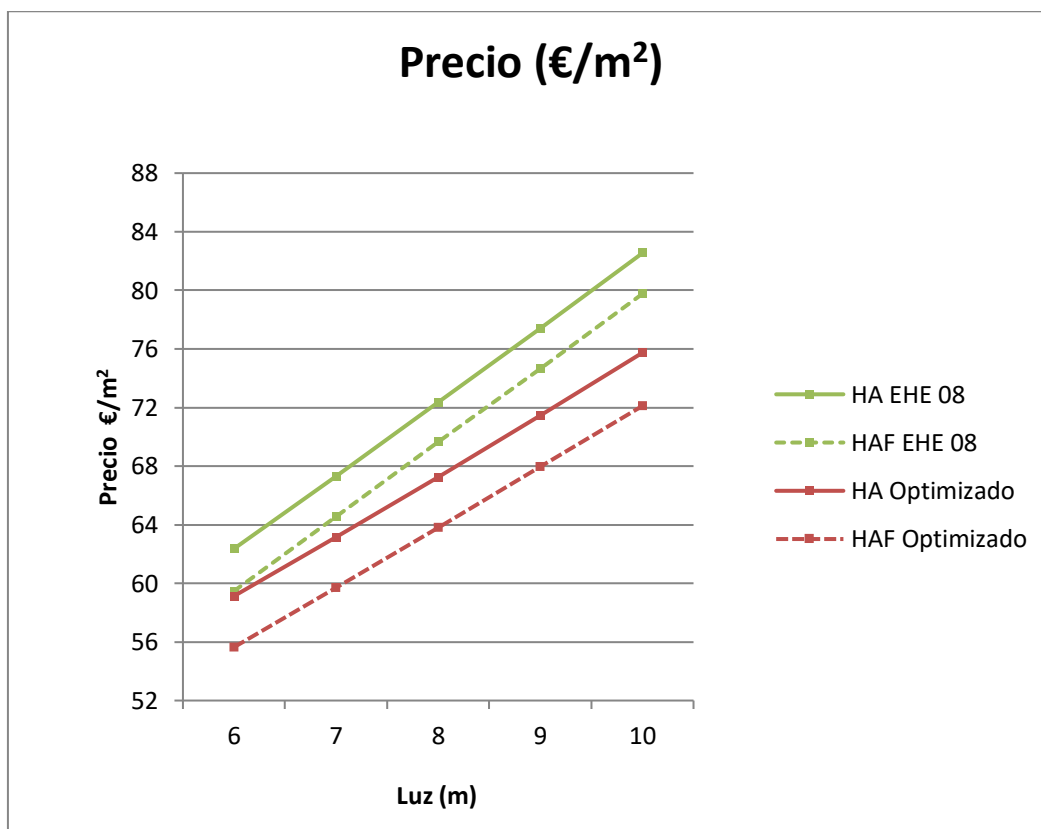


Gráfica A3.37 Coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

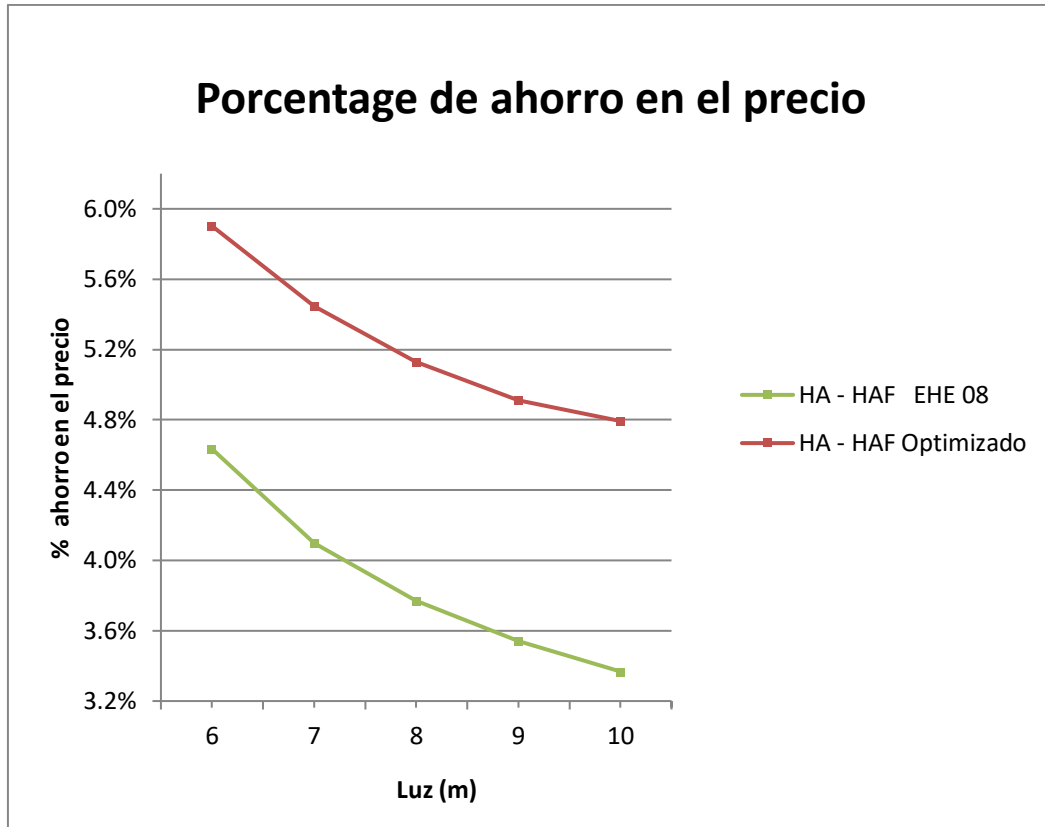




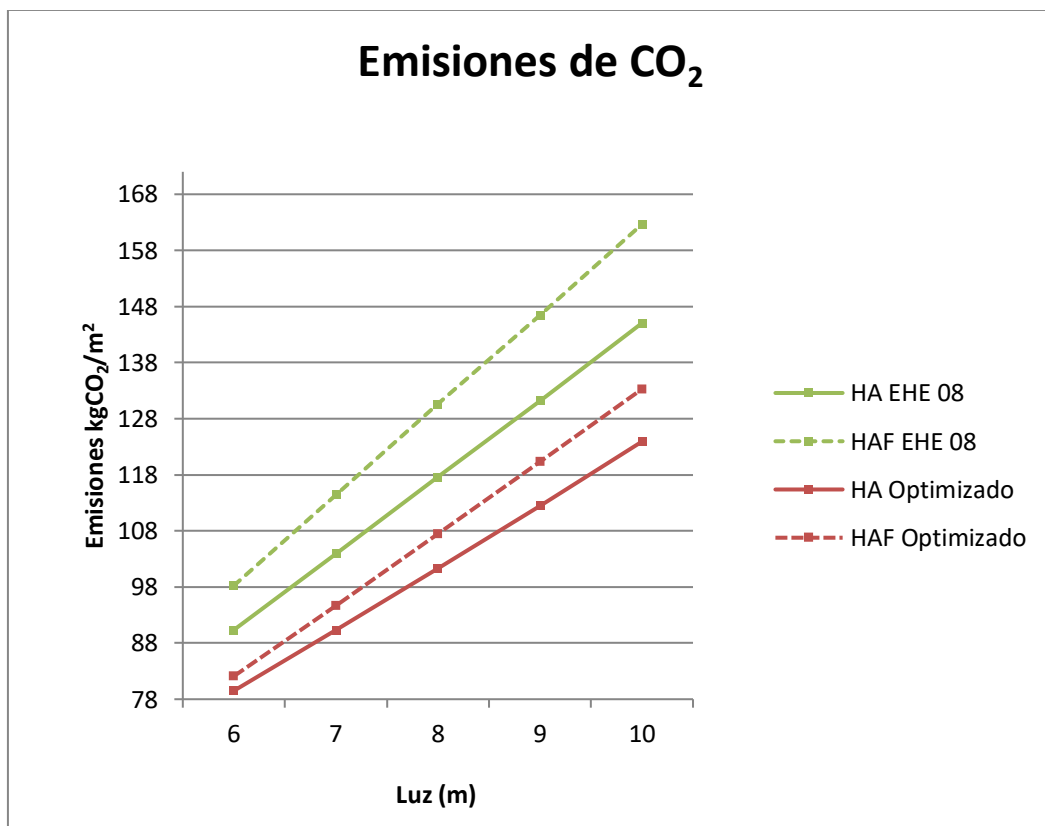
Gráfica A3.38 Relaciones luz – canto ( $L/h$ ) en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales  $2,5 \text{ kN/m}^2$



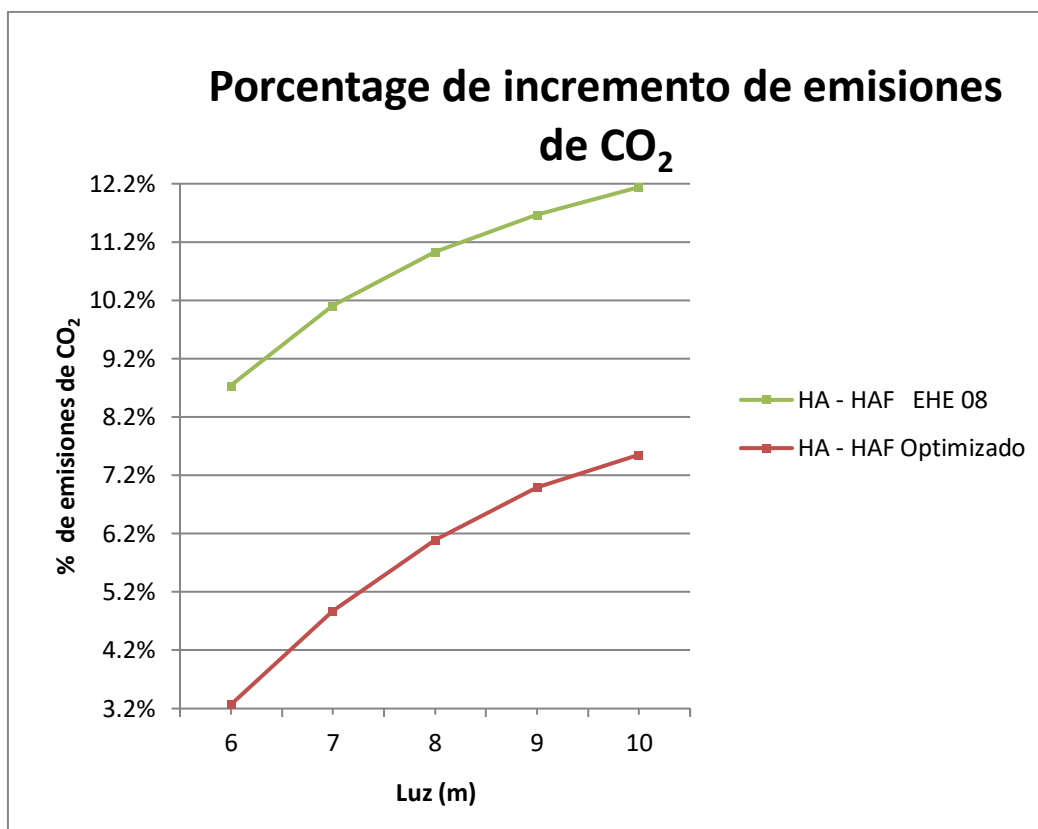
Gráfica A3.39 Coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales  $2,5 \text{ kN/m}^2$



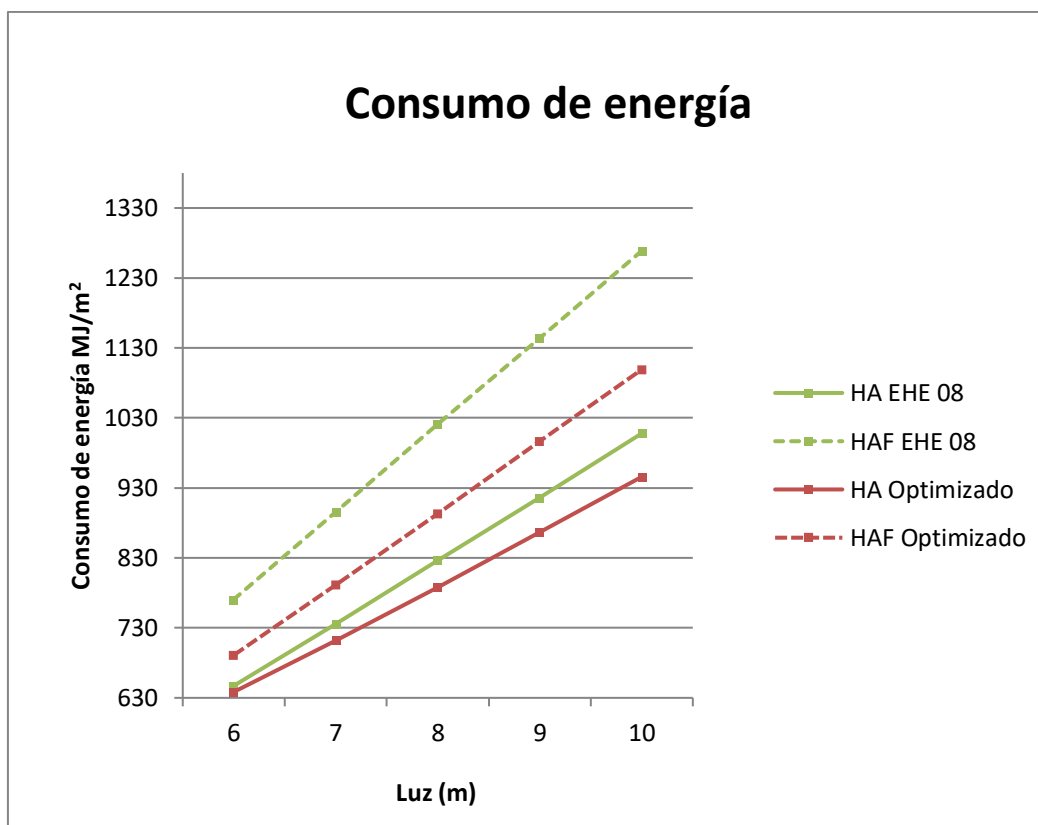
Gráfica A3.40 Porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



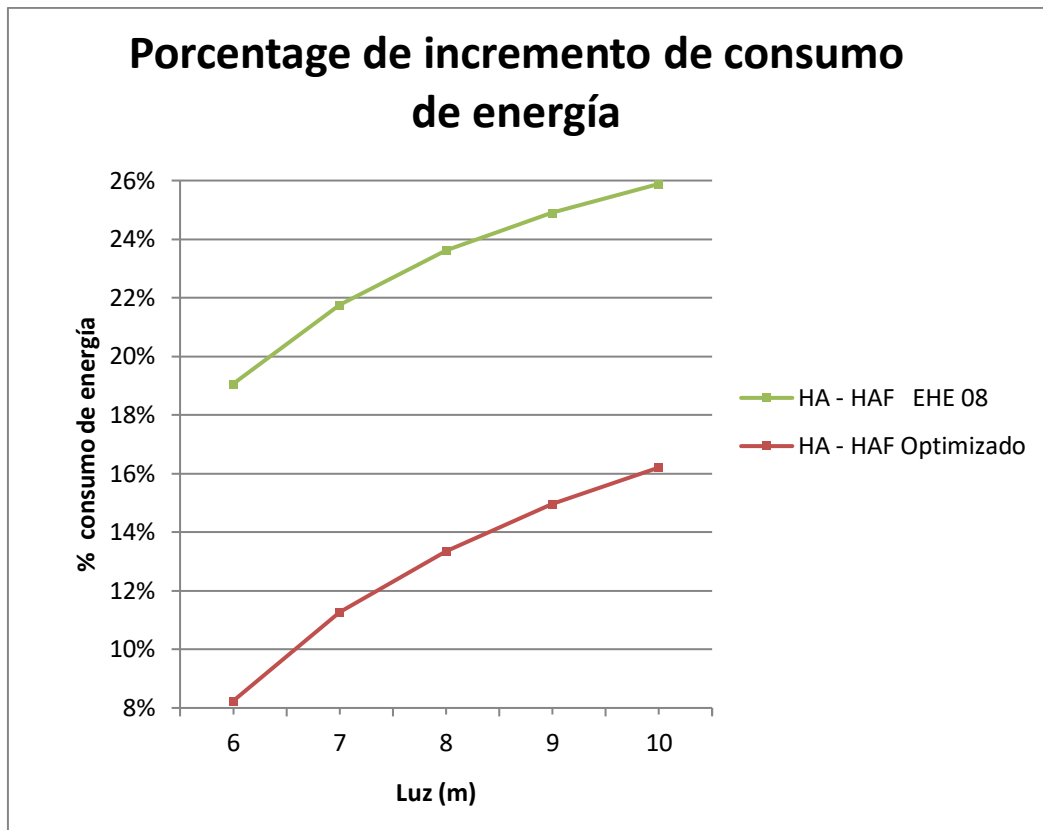
Gráfica A3.41 Emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica A3.42 Porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

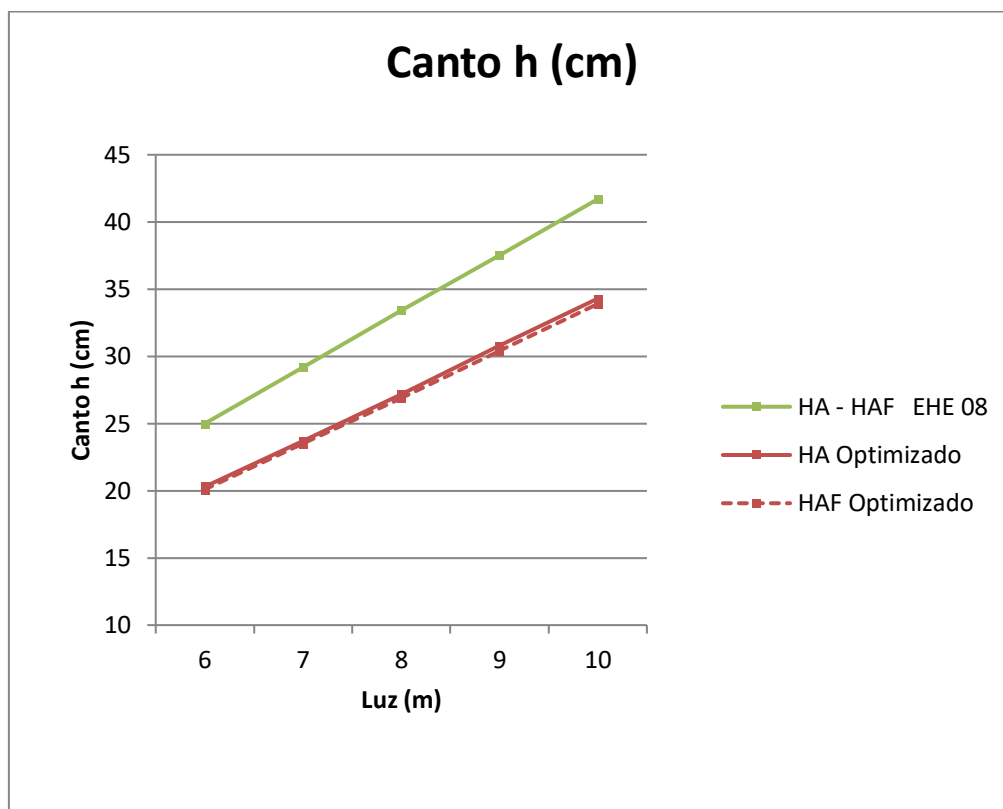


Gráfica A3.43 Consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

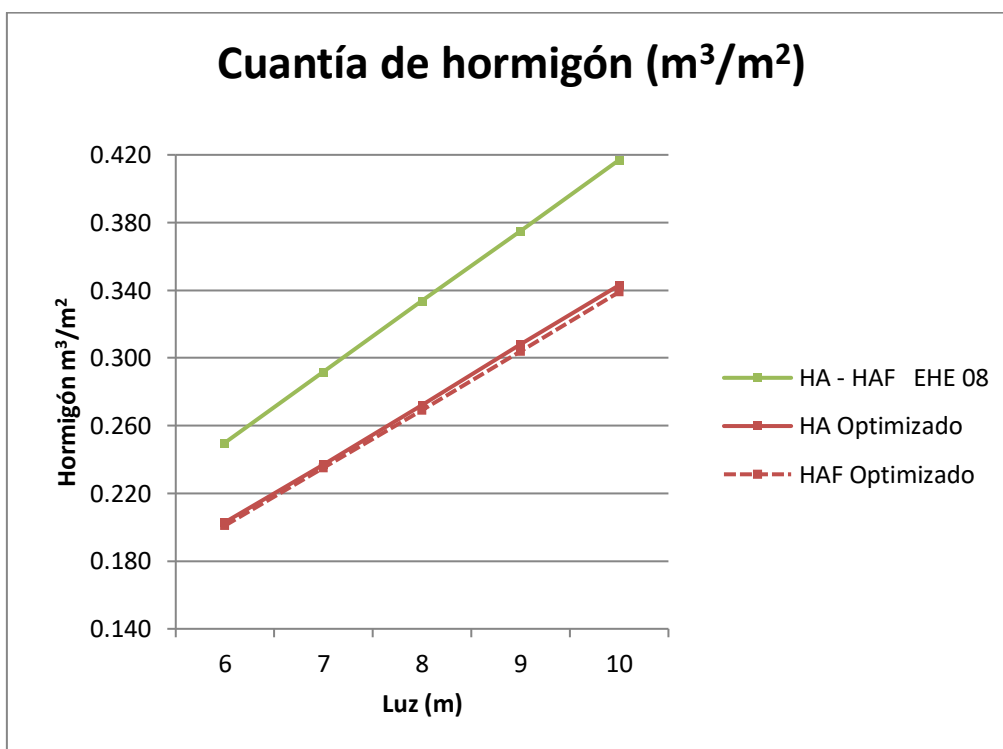


Gráfica A3.44 Porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 2,5: sobrecargas totales 2,5 kN/m<sup>2</sup>

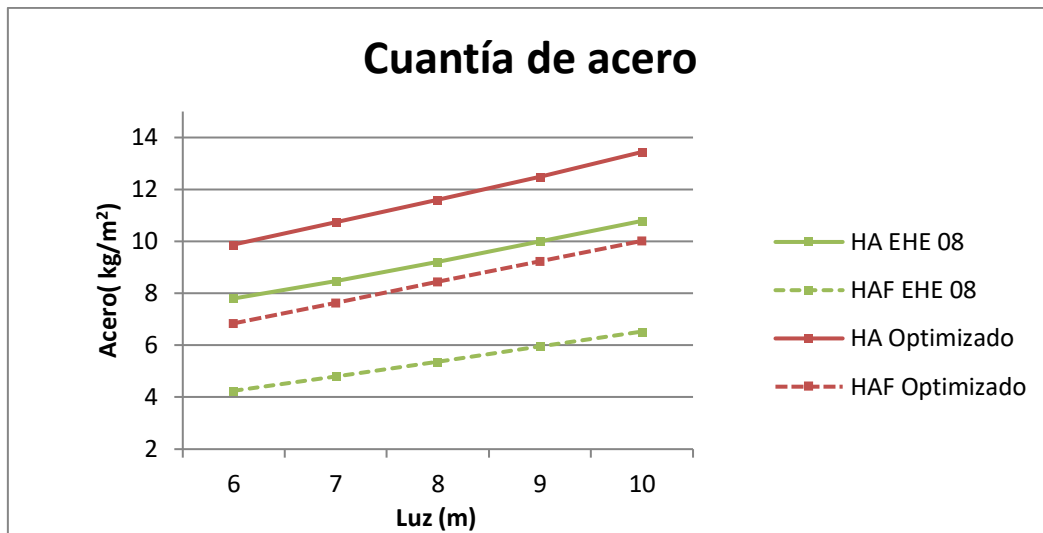
## 2.2 ESTADO DE CARGAS 5



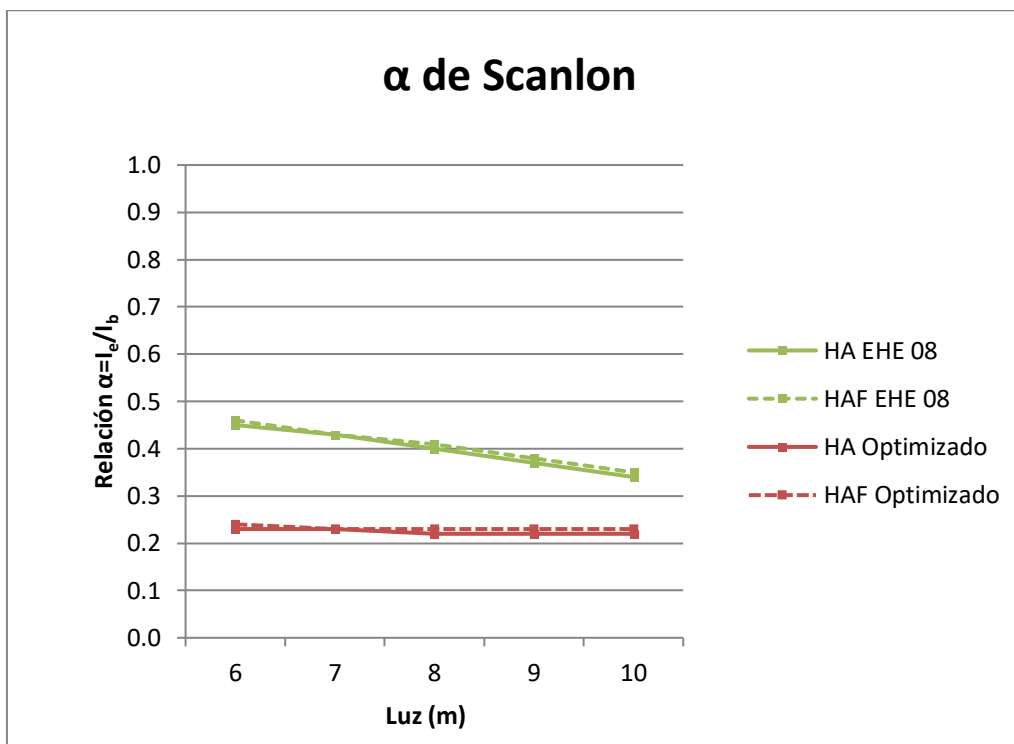
Gráfica A3.45 Cantos de forjados ( $h$ ) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales  $5 \text{ kN/m}^2$



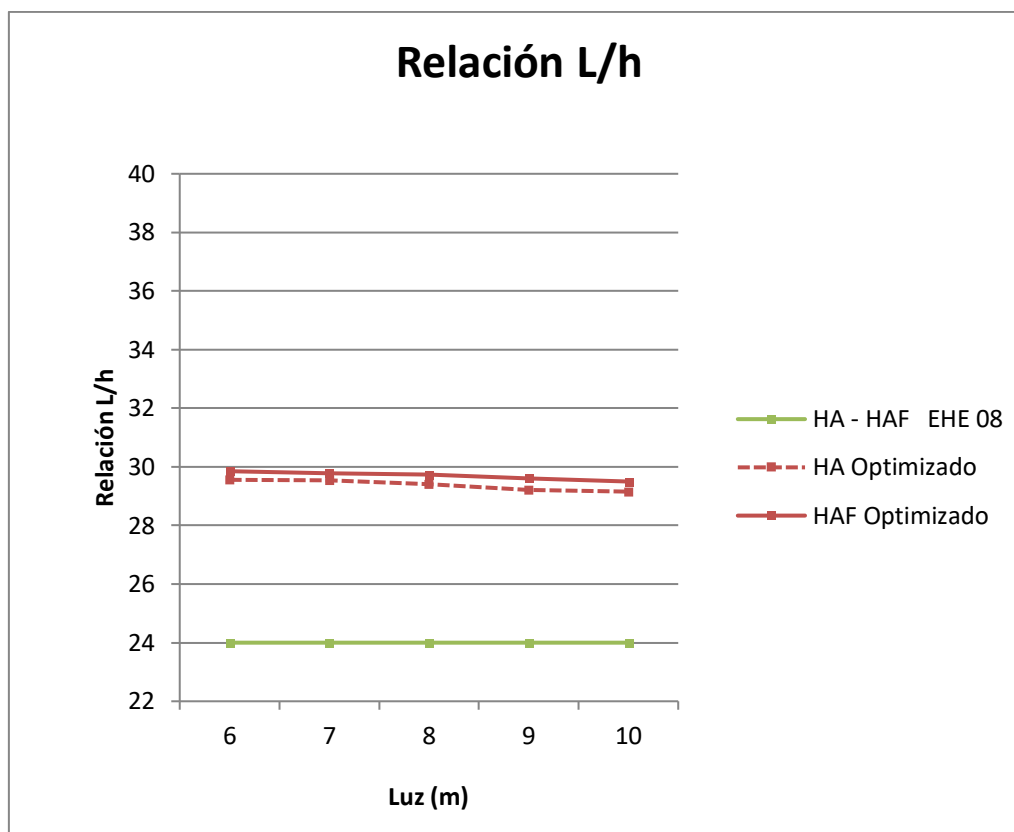
Gráfica A3.46 Consumo de hormigón ( $\text{m}^3 \text{ hormigón}/\text{m}^2$ ) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales  $5 \text{ kN/m}^2$



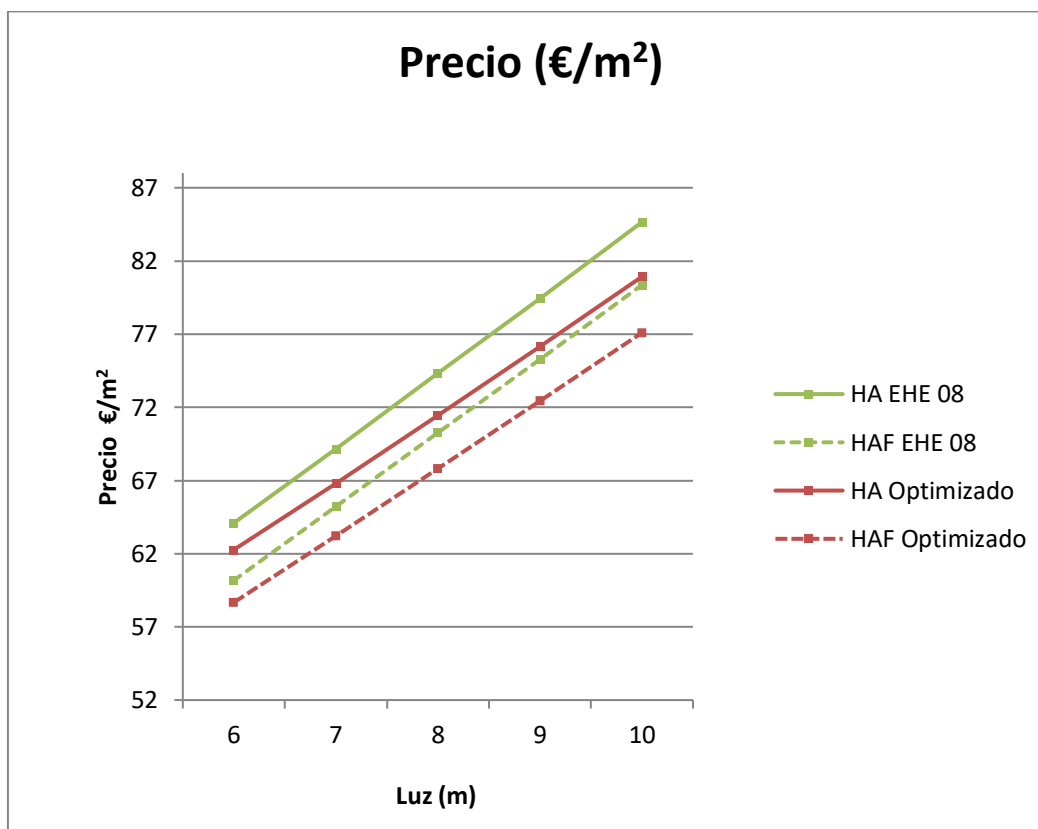
Gráfica A3.47 Consumo de armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



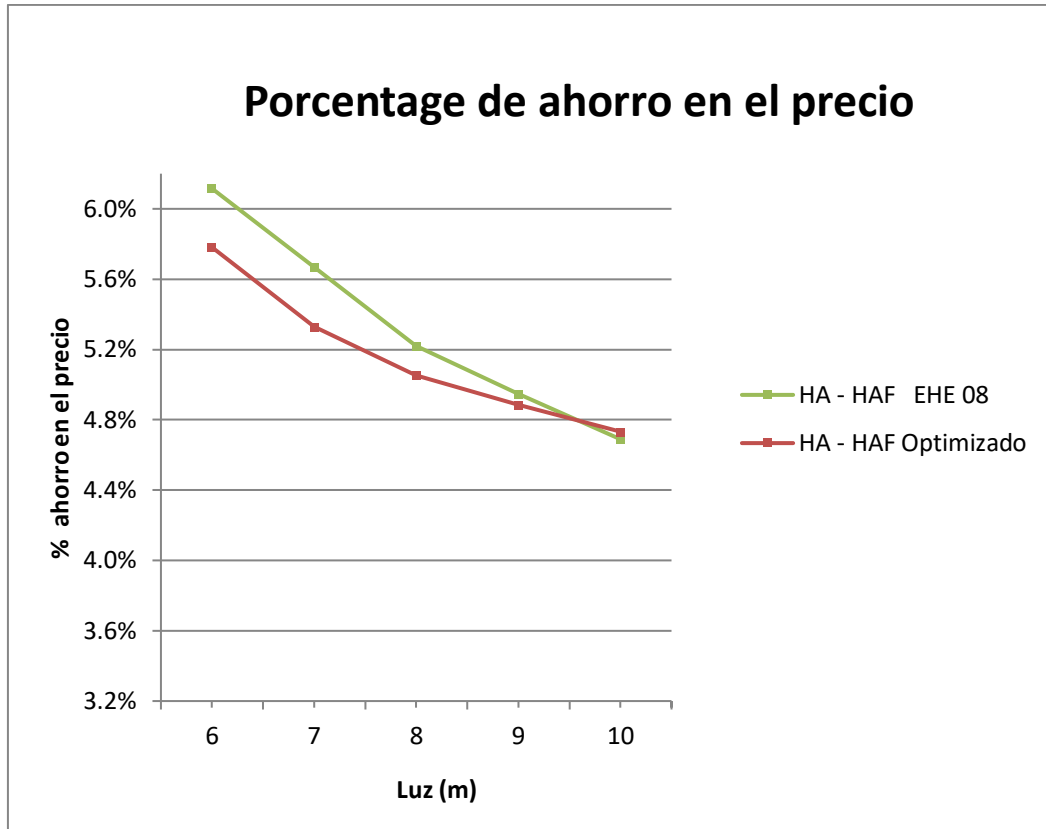
Gráfica A3.48 Coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>



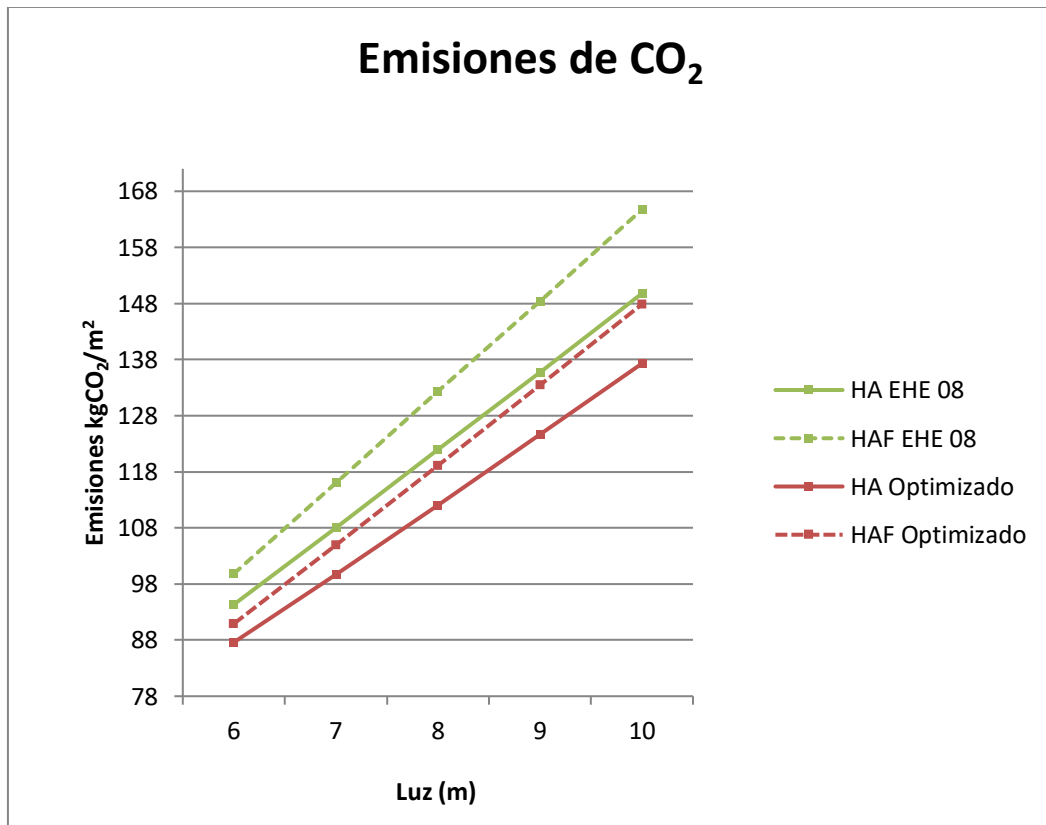
Gráfica A3.49 Relaciones luz – canto ( $L/h$ ) en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales  $5 \text{ kN/m}^2$



Gráfica A3.50 Coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales  $5 \text{ kN/m}^2$

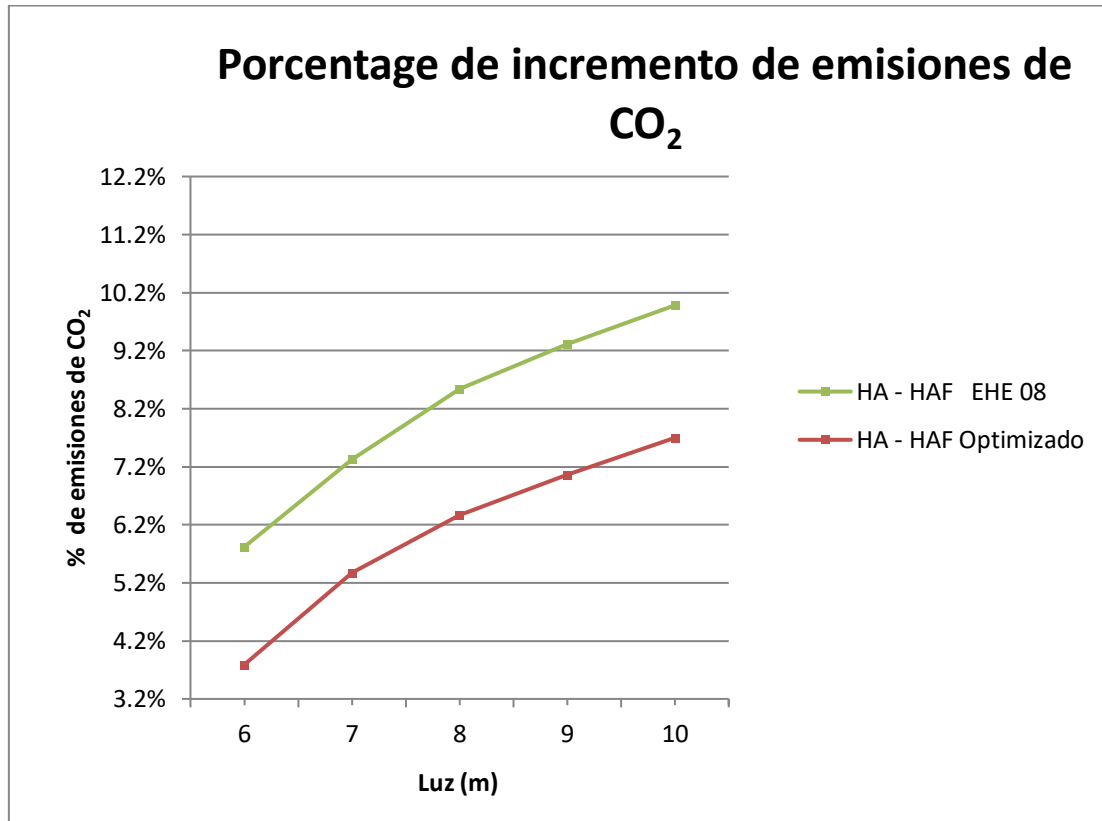


Gráfica A3.51 Porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

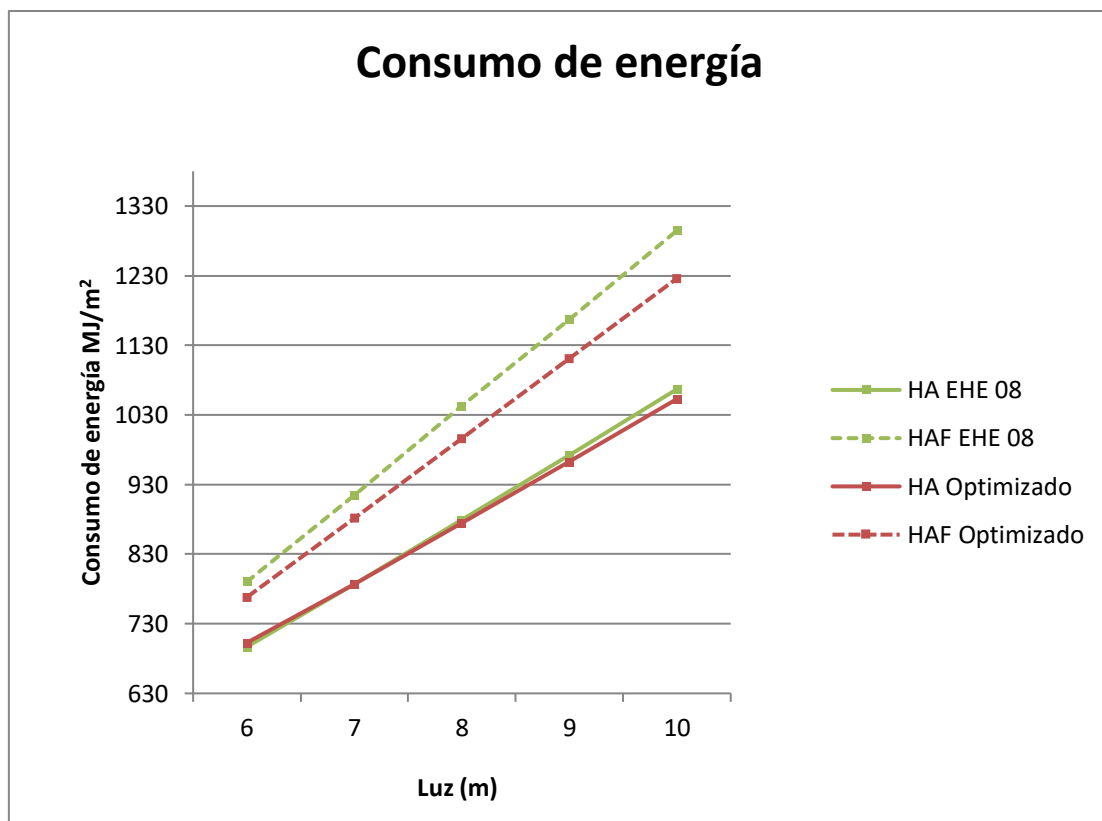


Gráfica A3.52 Emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

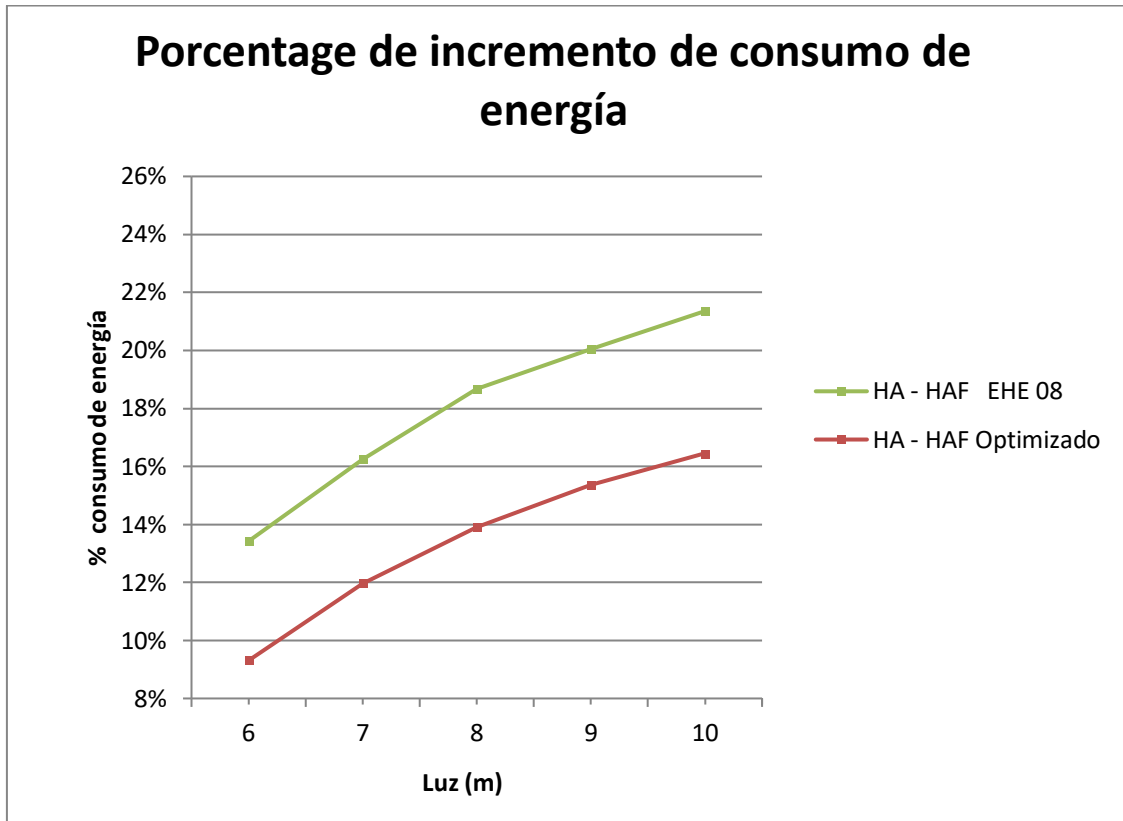




Gráfica A3.53 Porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

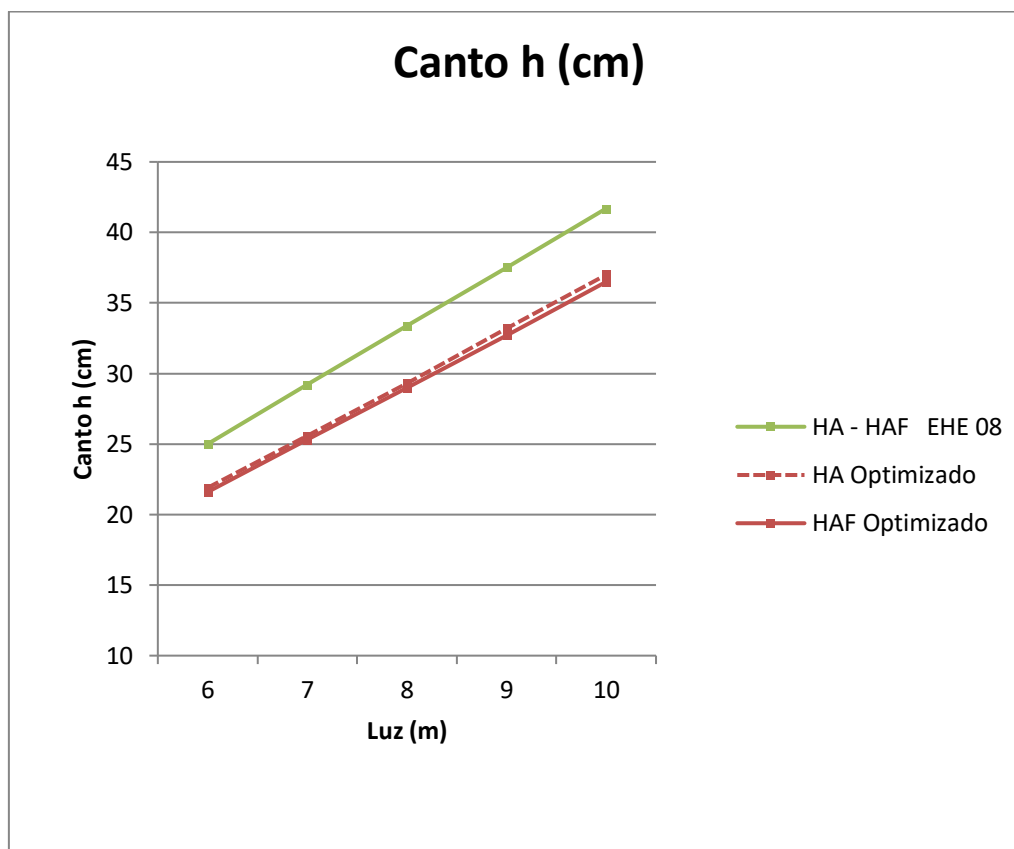


Gráfica A3.54 Consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales 5 kN/m<sup>2</sup>

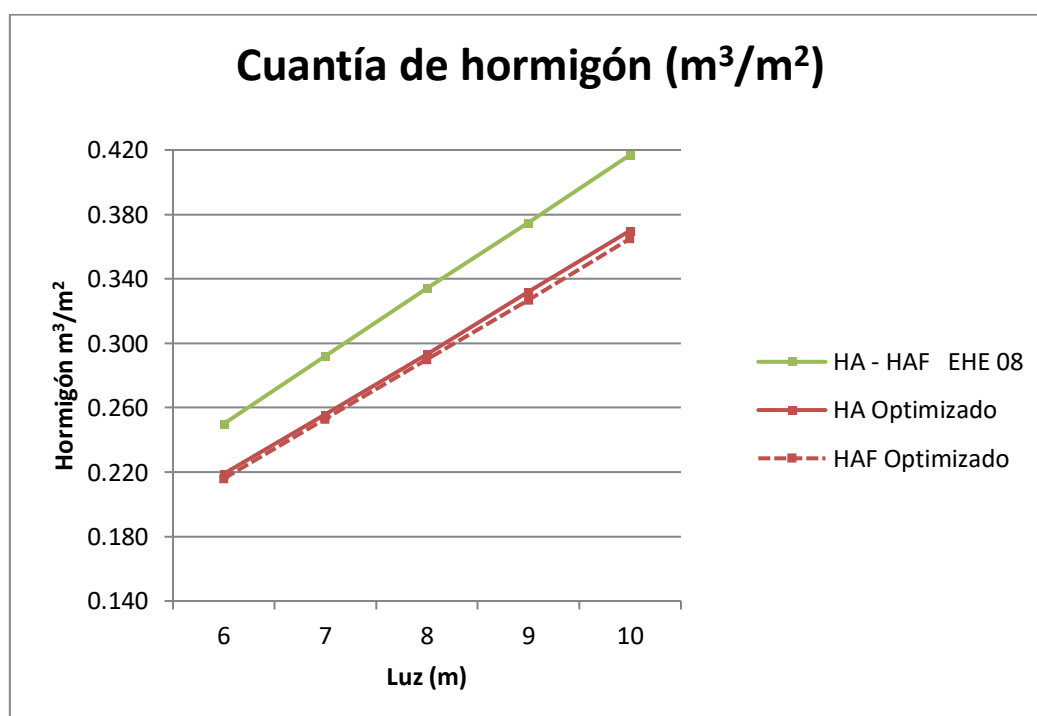


Gráfica A3.55 Porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 5: sobrecargas totales  $5 \text{ kN/m}^2$

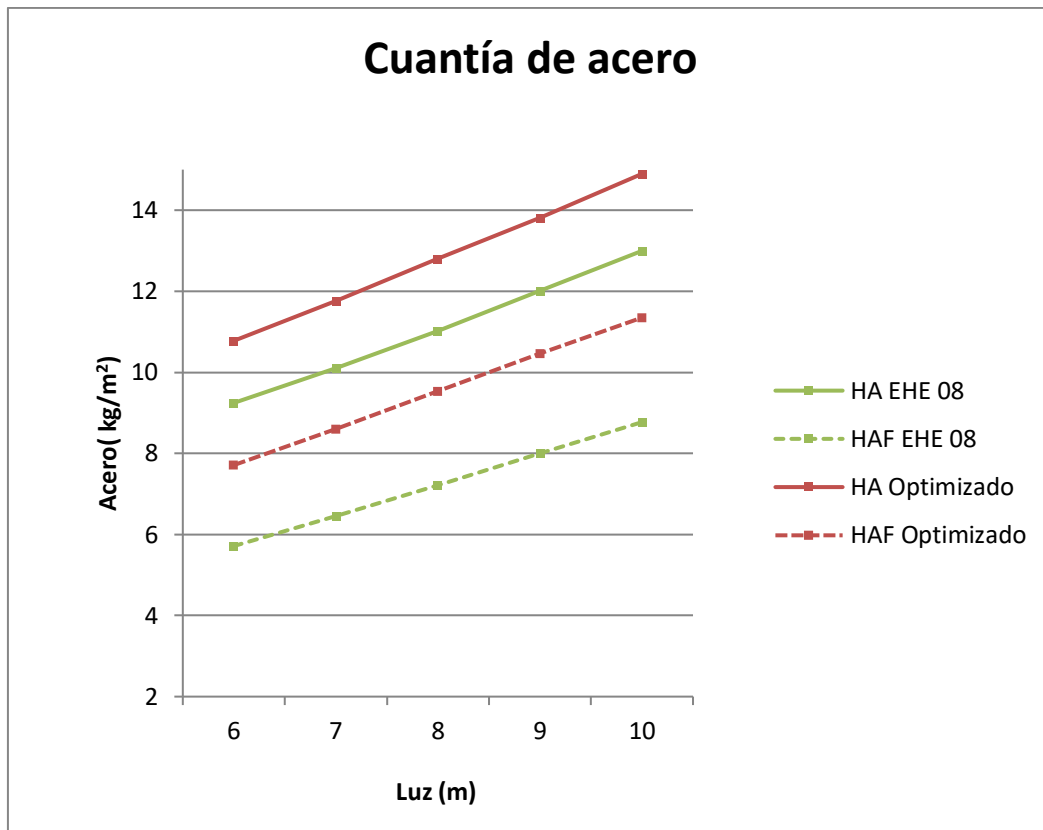
## 2.3 ESTADO DE CARGAS 7,5



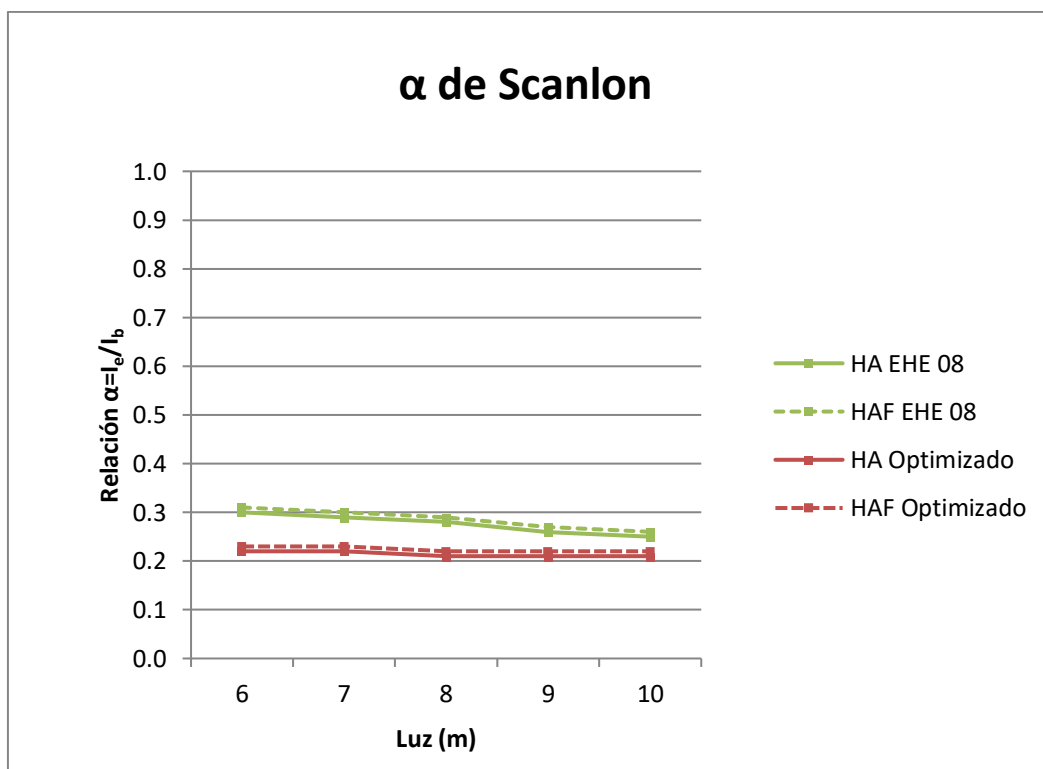
Gráfica A3.56 Cantos de forjados (h) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



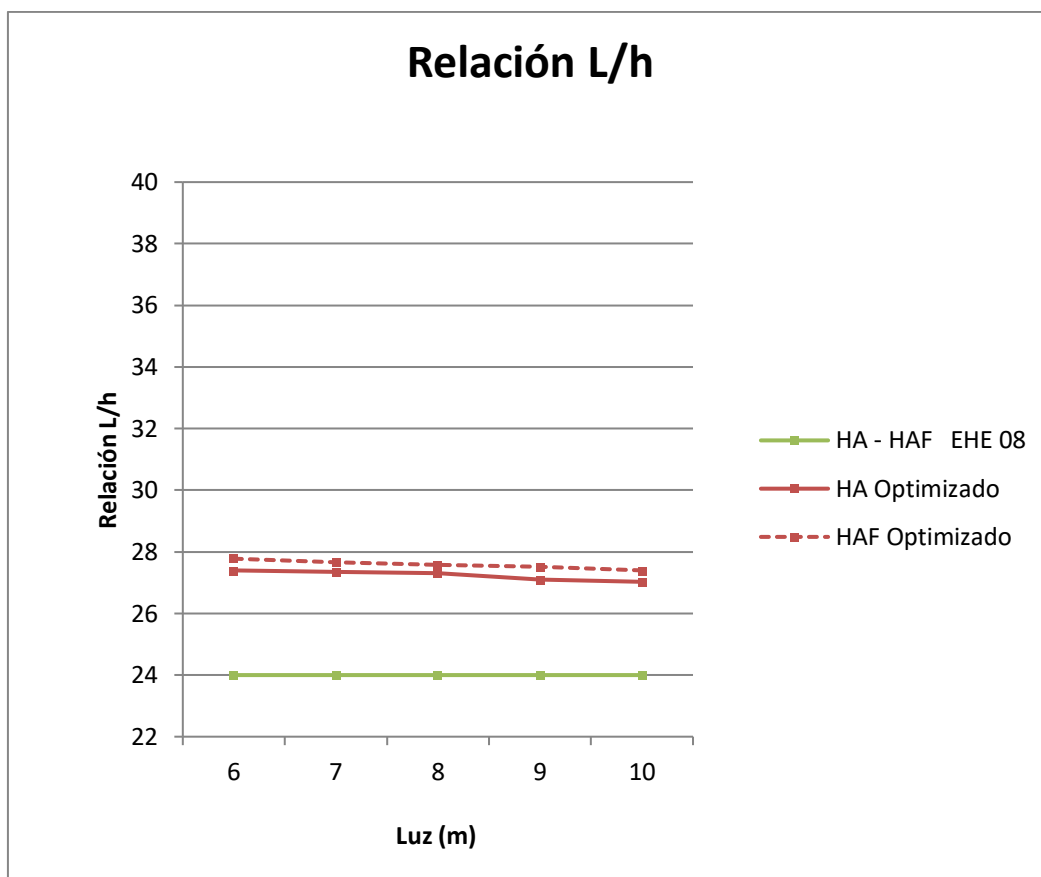
Gráfica A3.57 Consumo de hormigón (m<sup>3</sup> hormigón/m<sup>2</sup>) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



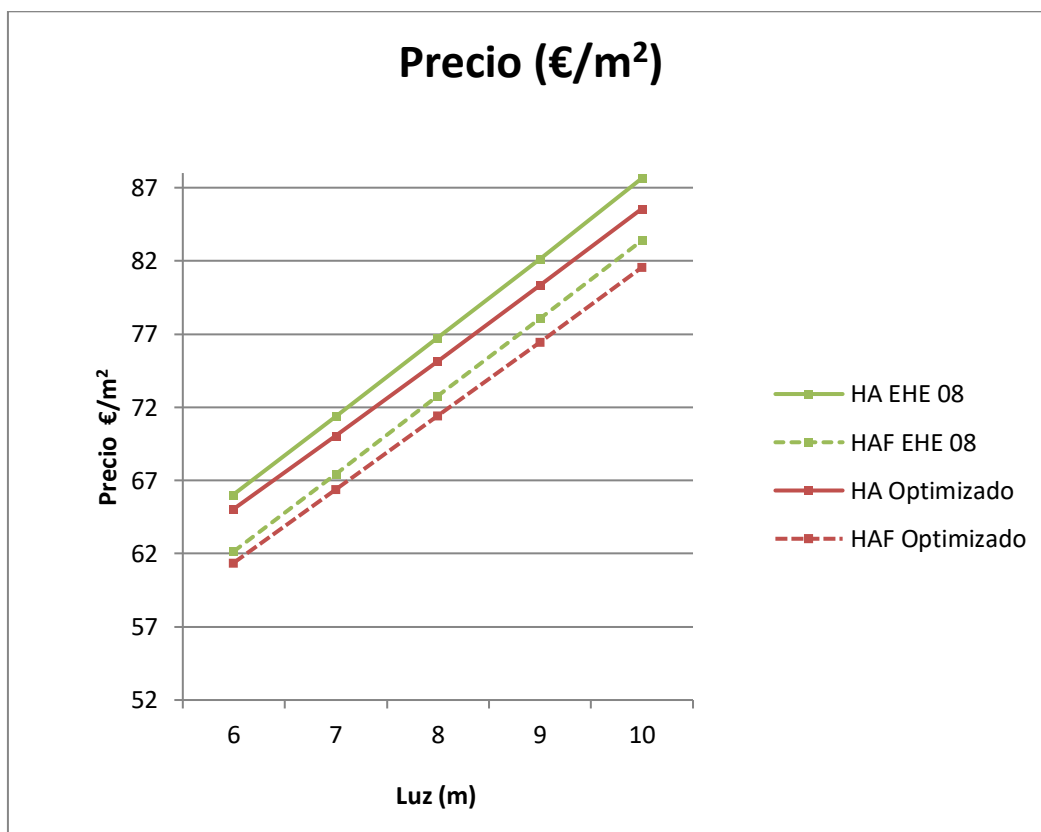
Gráfica A3.58 Armadura pasiva (kg acero/m<sup>2</sup>) para el refuerzo a flexión en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



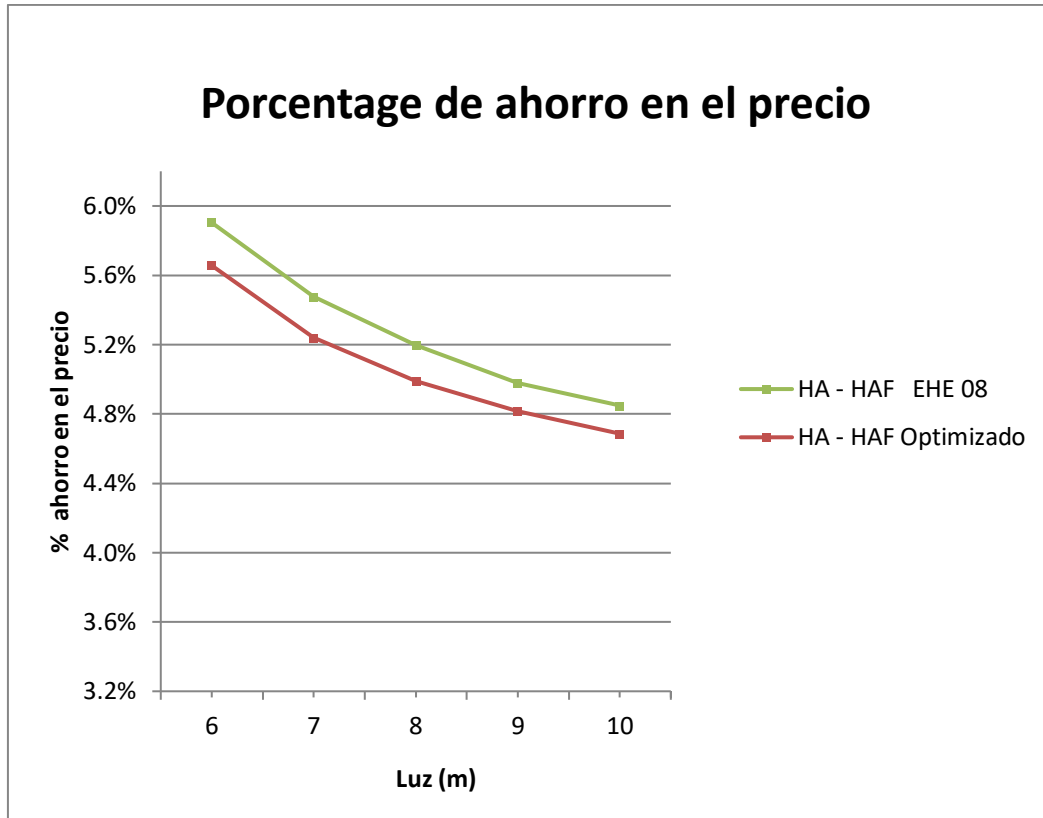
Gráfica A3.59 Coeficiente alfa de Scanlon en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



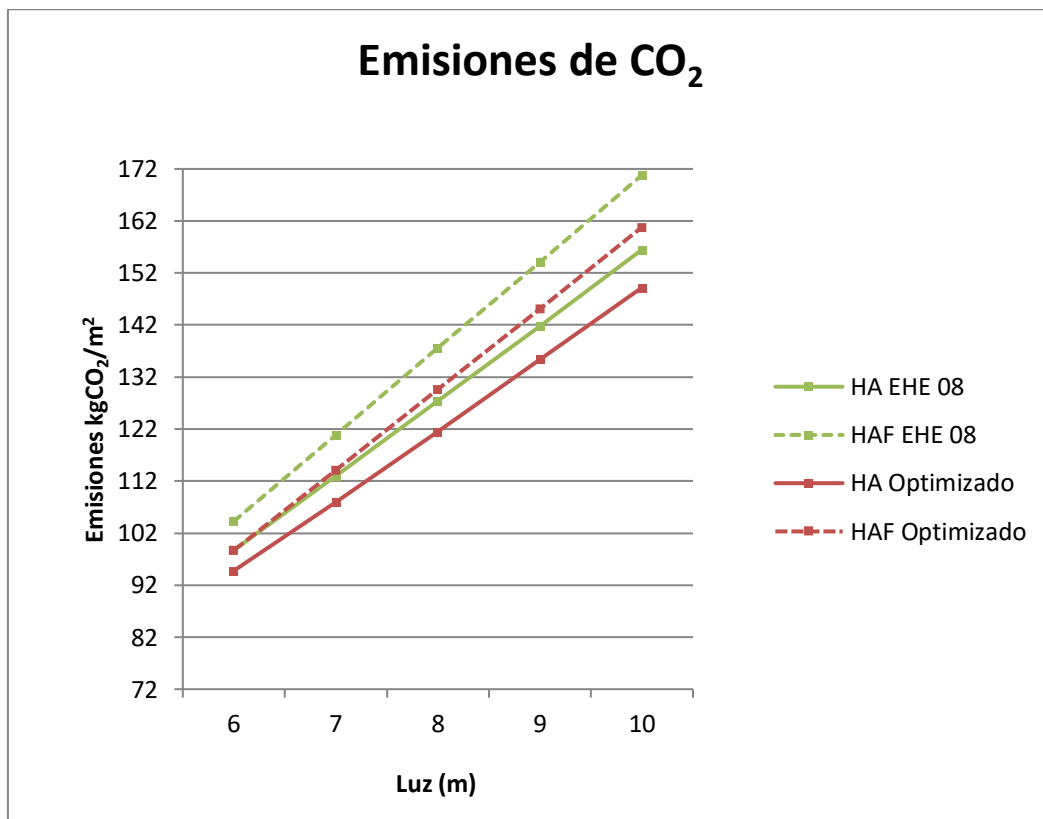
Gráfica A3.60 Relaciones luz – canto ( $L/h$ ) en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales  $7,5 \text{ kN/m}^2$



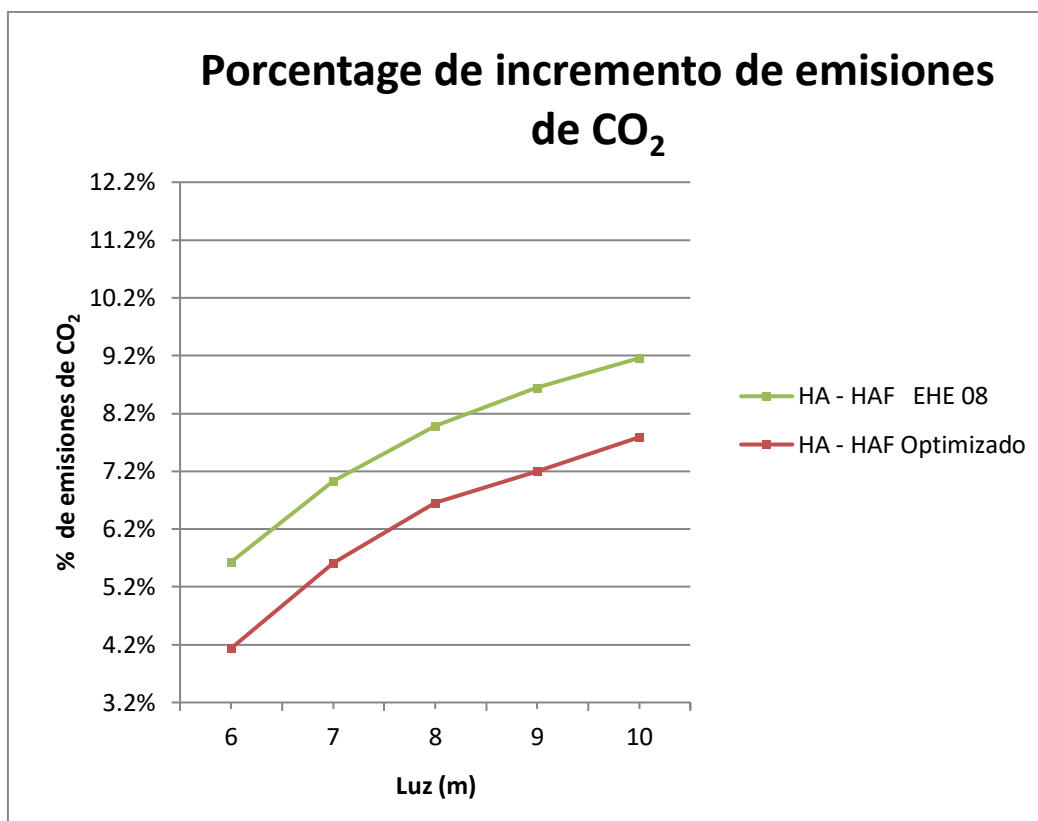
Gráfica A3.61 Coste de los forjados de losa maciza en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales  $7,5 \text{ kN/m}^2$



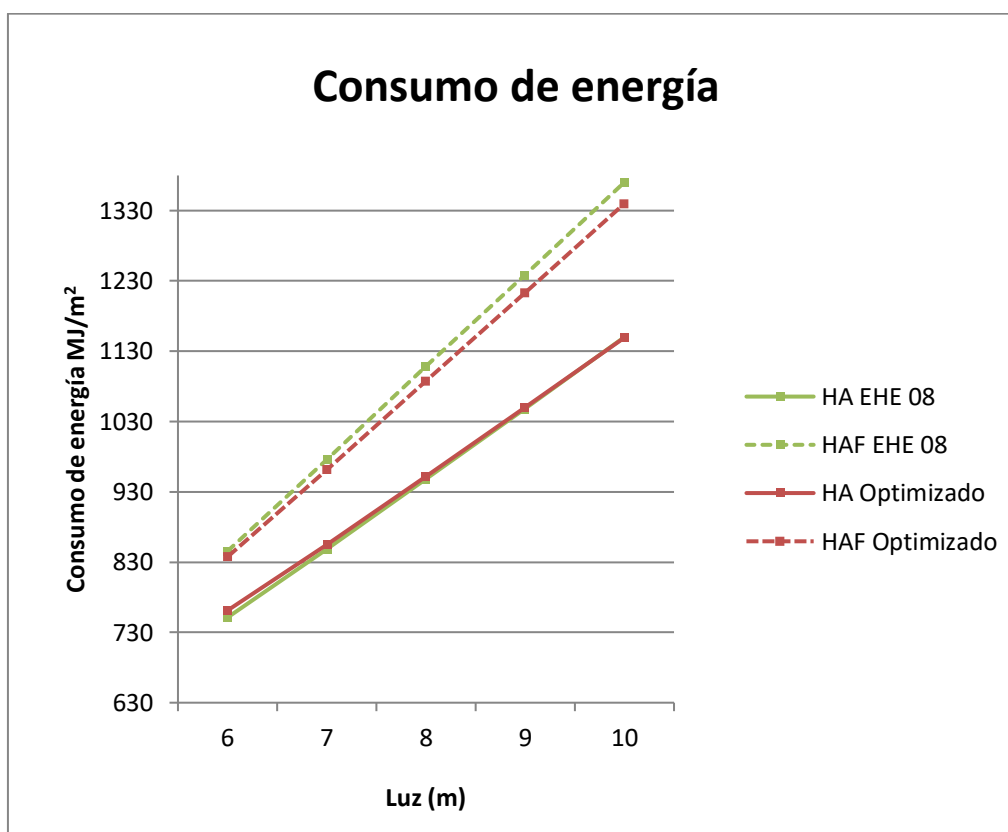
Gráfica A3.62 Porcentaje de ahorro en el coste de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



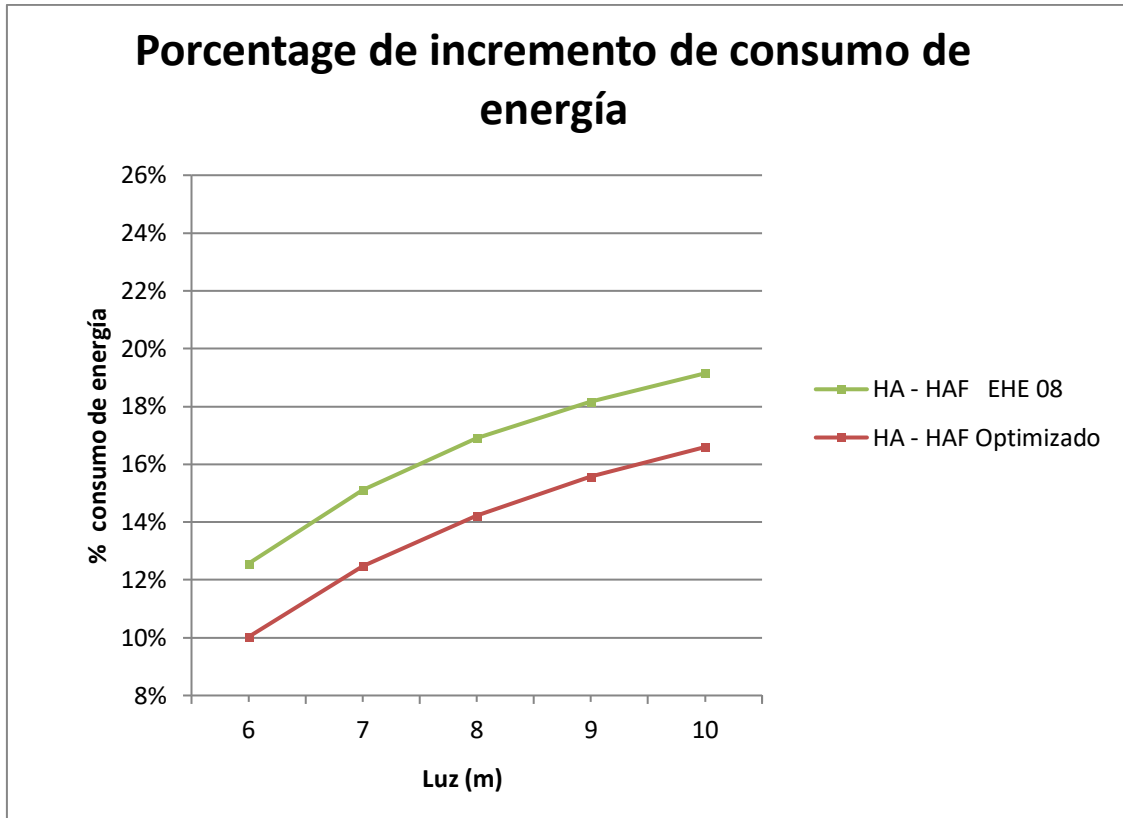
Gráfica A3.63 Emisiones de CO<sub>2</sub> en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica A3.64 Porcentaje de incremento las emisiones de CO<sub>2</sub> de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica A3.65 Consumo de energía en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales 7,5 kN/m<sup>2</sup>



Gráfica A3.66 Porcentaje de incremento en el consumo de energía de los forjados de losas de HAF frente a losas de HA en función de la luz para el estado de cargas 7,5: sobrecargas totales  $7,5 \text{ kN/m}^2$